Sugerencias para problemas 15, 16, 17 de la pág. 58 de Kindle

24 abr, 2018

15. En una elipse, con semi-eje mayor a y eccentricidad $e = c/a$, las distancias máxima y mínima desde uno de los focos a un punto de la elipse son $a + c, a - c$.

16. La ecuación de la elipse es de la forma

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1,$$

y sus focos están en $(\pm c, 0)$, donde $a^2 = b^2 + c^2$.

20. El problema pide encontrar el lugar geométrico de los centros de todos los círculos que son tangentes a los dos círculos dados. Dos círculos son tangentes cuando la distancia entre sus centros es la suma o la diferencia de sus radios (en el primer caso los dos círculos son exteriores uno al otro, en el segundo uno está dentro del otro).

El primer círculo dado tiene su centro en $(0, 0)$ y radio 2. El segundo tiene el centro en $(3, 0)$ y radio 6, así que el 1ero se encuentra dentro del 2ndo. Ahora consideramos un círculo C, con centro en P y radio r, tangente a los dos círculos dados. Denotamos por d_1, d_2 las distancias entre P y los centros del primer y segundo círculos dados (respectivamente). Como C se encuentra dentro del 2ndo círculo, tenemos que $d_2 = 6 - r$. Luego, C puede estar fuera del 1er círculo o contenerlo. En el 1er caso $d_1 = r + 2$, en el 2ndo $d_1 = r - 2$. Así que $d_1 + d_2 = 8$ (en el 1er caso), o $d_1 + d_2 = 4$ (en el 2ndo caso). En cada uno de los 2 casos tenemos entonces una elipse cuyos focos son los centros de los dos círculos dados. Ahora escribe las ecuaciones de estas elipses y haga un dibujo de los dos círculos y las dos elipses.