

Tarea núm. 7 (Repaso de trigonometría)

Para el jueves 20 mar, 2025

Nota: todos los problemas se puede (y recomiendo) hacer *sin usar calculadora*.

1. Un triángulo rectángulo tiene una hipotenusa de 13 unidades, un cateto de 12 unidades y un cateto desconocido.

- a) Calcula el lado faltante usando el teorema de Pitágoras.
- b) Calcula $\sin \theta$, $\cos \theta$ y $\tan \theta$ para el ángulo opuesto al lado de 12 unidades.

2. Hacer una tabla de los valores precisos de $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ y $\tan \alpha$, para $\alpha = 0, 30, 45, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 225, 240, 270, 300$ grados. También agrega en la tabla el valor en radianes de cada uno de estos ángulos.

Por ejemplo: para $\alpha = 60^\circ = \pi/3$, $\sin \alpha = \sqrt{3}/2$, $\cos \alpha = 1/2$, $\tan \alpha = \sqrt{3}$. Luego, para $\alpha = 300^\circ = 5\pi/3$, $\sin \alpha = -\sqrt{3}/2$, $\cos \alpha = 1/2$, $\tan \alpha = -\sqrt{3}$.

3. Encuentra *todas* las soluciones reales x de las ecuaciones: (a) $\tan x = 1$, (b) $\sin(2x) = 1/2$.

Sug. Hay una infinidad de soluciones en cada caso.

4. a) Dibuja la gráfica de la función $y = \sin x$. ¿Cuáles son los puntos donde la gráfica corta el eje x ?
b) Mismo para (i) $y = \cos x$, (ii) $y = \tan x$, (iii) $y = \sin(2x)$, (iv) $y = \sin(x/2)$.

5. Suponemos que α es un ángulo (número real) tal que $\cos \alpha = 1/3$.

- a) Marca sobre el círculo unitario $x^2 + y^2 = 1$ los puntos posibles $(\cos \alpha, \sin \alpha)$.

Sug. Hay 2 tales puntos.

- b) Encuentra los valores de: (i) $\sin \alpha$, (ii) $\tan \alpha$, (iii) $\cos(2\alpha)$, (iv) $\sin(2\alpha)$, (v) $\cos(\alpha/2)$.

Sug. En unos casos hay dos respuestas posibles. Usa el inciso anterior.

- c) La misma pregunta, suponiendo que α es un ángulo *agudo*; esto es, $\alpha \in (0, \pi/2)$.

- d) La misma pregunta, suponiendo que $\alpha \in (-\pi/2, 0)$.

6. Expresa

- a) $\tan(\alpha + \beta)$ en términos de $\tan \alpha$, $\tan \beta$.

Sug. $\tan(\alpha + \beta) = \sin(\alpha + \beta) / \cos(\alpha + \beta)$, usa las expresiones de $\sin(\alpha + \beta)$ y $\cos(\alpha + \beta)$ en términos del seno y coseno de α y β , luego divides todo entre $\cos(\alpha) \cos(\beta)$.

- b) $\tan(2\alpha)$ en términos de $\tan \alpha$.

- c) $\cos \alpha$ en términos en $\tan(\alpha/2)$.

- d) Usa el último inciso para encontrar las integrales indefinidas

$$(i) \int \frac{d\alpha}{1 + \cos \alpha} \quad (ii) \int \frac{d\alpha}{2 + \cos \alpha} .$$