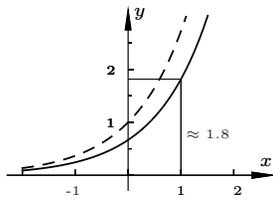


## Ejemplos de gráficas de funciones

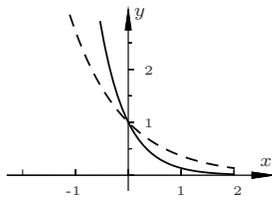
11 de marzo de 2025

**Ejemplo 1.**  $y = \frac{2}{3}e^x + e^{-2x}$ . (Prob 1, p 584 de Stewart.)

*Solución.* En pasos: (a)  $y = e^x$ , (b)  $y = \frac{2}{3}e^x$ , (c)  $y = e^{-x}$ , (d)  $y = e^{-2x}$ , (e)  $y = \frac{2}{3}e^x + e^{-2x}$ .

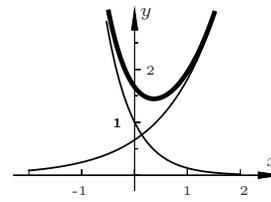


(a)



(b)

(c)



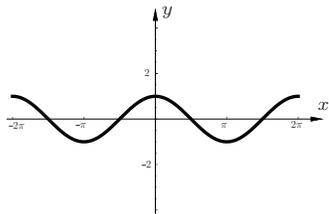
(d)

(e)

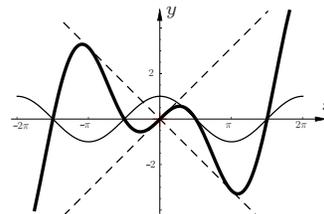
- (a)  $y = e^x$ . Nota que  $y(0) = 1$ , que  $y(x) > 0$  y  $y'(x) = y(x) > 0$  para todo  $x$ , así que la gráfica está arriba de eje de  $x$ , es creciente,  $y > 1$  para  $x > 0$  y  $0 < y < 1$  para  $x < 0$ .
- (b)  $y = \frac{2}{3}e^x$ . Se reescala la (a) verticalmente por un factor de  $\frac{2}{3}$ . Así que  $y(0) = \frac{2}{3}$ ,  $y(1) = \frac{2e}{3} \approx 1.8$ .
- (c)  $y = e^{-x}$ . Se refleja la (a) por el eje de  $y$ .
- (d)  $y = e^{-2x}$ . Se reescala la (c) horizontalmente por un factor de  $\frac{1}{2}$ . Otra:  $e^{-2x} = (e^{-x})^2$ , así que se puede cuadrar la  $y$  para cada punto  $(x, y)$  de la (c).
- (e)  $y = \frac{2}{3}e^x + e^{-2x}$ . Se suma los valores de (b) y (d) para cada  $x$ . El punto mínimo de esta gráfica se puede obtener al resolver  $0 = y' = \frac{2}{3}e^x - 2e^{-2x} = \frac{2}{3}u - 2u^{-2}$ , donde  $u = e^x$ . Resolviendo,  $u = 6^{\frac{1}{3}}$ , así que  $x = \ln u = \frac{\ln 6}{3} \approx 0.6$ ,  $y = \frac{2}{3}u + u^{-2} = \frac{2}{3}6^{\frac{1}{3}} + 6^{-\frac{2}{3}} \approx 1.5$ .

**Ejemplo 2.**  $y = -\frac{1}{2}x \cos x$ . (Prob 5d, p 584 de Stewart.)

*Solución.* En pasos: (a)  $y = \cos x$ , (b)  $y = x \cos x$ , (c)  $y = -\frac{1}{2}x \cos x$ .



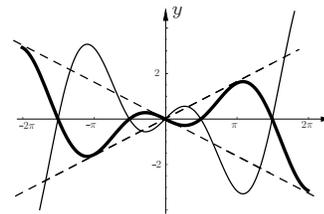
(a)



(a)

$y = \pm x$

(b)



(b)

$y = \pm x/2$

(c)