

Ejercicios de la Sección 4.5

En los Ejercicios 1-6, completar la tabla identificando  $u$  y  $du$  para la integral.

$$\int f(g(x))g'(x) dx \quad u = g(x) \quad du = g'(x) dx$$

1.  $\int (5x^2 + 1)^2(10x) dx$

2.  $\int x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$

3.  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$

4.  $\int \sec 2x \operatorname{tg} 2x dx$

5.  $\int \operatorname{tg}^2 x \sec^2 x dx$

6.  $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$

En los Ejercicios 7-26, hallar la integral indefinida y comprobar el resultado por derivación.

7.  $\int (1 + 2x)^4(2) dx$

8.  $\int (x^2 - 1)^3(2x) dx$

9.  $\int \sqrt{9 - x^2} (-2x) dx$

10.  $\int (1 - 2x^2)^3(-4x) dx$

11.  $\int x^2(x^3 - 1)^4 dx$

12.  $\int x(4x^2 + 3)^3 dx$

13.  $\int 5x \sqrt[3]{1 - x^2} dx$

14.  $\int u^3 \sqrt{u^4 + 2} du$

15.  $\int \frac{x^2}{(1 + x^3)^2} dx$

16.  $\int \frac{x^2}{(16 - x^3)^2} dx$

17.  $\int \left(1 + \frac{1}{t}\right)^3 \left(\frac{1}{t^2}\right) dt$

18.  $\int \left[x^2 + \frac{1}{(3x)^2}\right] dx$

19.  $\int \frac{1}{\sqrt{2x}} dx$

20.  $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

21.  $\int \frac{x^2 + 3x + 7}{\sqrt{x}} dx$

22.  $\int \frac{t + 2t^2}{\sqrt{t}} dt$

23.  $\int t^2 \left(t - \frac{2}{t}\right) dt$

24.  $\int \left(\frac{t^3}{3} + \frac{1}{4t^2}\right) dt$

25.  $\int (9 - y)\sqrt{y} dy$

26.  $\int 2\pi y(8 - y^{3/2}) dy$

En los Ejercicios 27-30, resolver la ecuación diferencial.

27.  $\frac{dy}{dx} = 4x + \frac{4x}{\sqrt{16 - x^2}}$

28.  $\frac{dy}{dx} = \frac{10x^2}{\sqrt{1 + x^3}}$

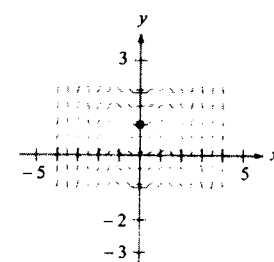
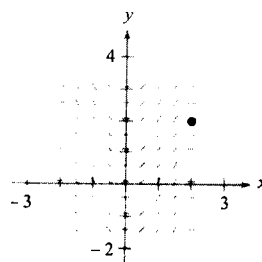
29.  $\frac{dy}{dx} = \frac{x + 1}{(x^2 + 2x - 3)^2}$

30.  $\frac{dy}{dx} = \frac{x - 4}{\sqrt{x^2 - 8x + 1}}$

**Campos de direcciones** En los Ejercicios 31 y 32, se dan una ecuación diferencial, un punto y un campo de direcciones. Un *campo de direcciones* consta de segmentos rectos, con pendientes fijadas por la ecuación diferencial, que ofrecen una visualización de las soluciones de la ecuación diferencial. a) Esbozar dos soluciones aproximadas de la ecuación sobre el campo de direcciones, una de las cuales pase por el punto especificado. b) Hallar, por integración, la solución particular de la ecuación diferencial y representarla en la calculadora. Comparar el resultado con los esbozos del apartado a).

31.  $\frac{dy}{dx} = x\sqrt{4 - x^2}$ , (2, 2)

32.  $\frac{dy}{dx} = x \cos x^2$ , (0, 1)



En los Ejercicios 33-44, hallar la integral indefinida.

33.  $\int \sin 2x dx$

34.  $\int x \sin x^2 dx$

35.  $\int \frac{1}{\theta^2} \cos \frac{1}{\theta} d\theta$

36.  $\int \cos 6x dx$

37.  $\int \sin 2x \cos 2x dx$

38.  $\int \sec(1 - x) \operatorname{tg}(1 - x) dx$

39.  $\int \operatorname{tg}^4 x \sec^2 x dx$

40.  $\int \sqrt{\operatorname{ctg} x} \operatorname{cosec}^2 x dx$

41.  $\int \frac{\operatorname{cosec}^2 x}{\operatorname{ctg}^3 x} dx$

42.  $\int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^2 x} dx$

43.  $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$

44.  $\int \operatorname{cosec}^2\left(\frac{x}{2}\right) dx$

En los Ejercicios 45 y 46, hallar la función  $f$  que tiene la derivada indicada y cuya gráfica pase por el punto que se especifica.

Derivada

Punto

45.  $f'(x) = \cos \frac{x}{2}$

(0, 3)

46.  $f'(x) = \pi \sec \pi x \operatorname{tg} \pi x$

$\left(\frac{1}{3}, 1\right)$

En los Ejercicios 47-54, calcular la integral indefinida por el método del Ejemplo 5.

47.  $\int x\sqrt{x+2} dx$

48.  $\int x\sqrt{2x+1} dx$

49.  $\int x^2\sqrt{1-x} dx$

50.  $\int (x+1)\sqrt{2-x} dx$

51.  $\int \frac{x^2-1}{\sqrt{2x-1}} dx$

52.  $\int \frac{2x-1}{\sqrt{x+3}} dx$

53.  $\int \frac{-x}{(x+1)-\sqrt{x+1}} dx$

54.  $\int t\sqrt[3]{t-4} dt$

En los Ejercicios 55-64, calcular la integral definida. Comprobar el resultado con la calculadora.

55.  $\int_{-1}^1 x(x^2+1)^3 dx$

56.  $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx$

57.  $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx$

58.  $\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{1+2x^2}} dx$

59.  $\int_1^9 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} dx$

60.  $\int_0^2 x\sqrt[3]{4+x^2} dx$

61.  $\int_1^2 (x-1)\sqrt{2-x} dx$

62.  $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{2x+1}} dx$

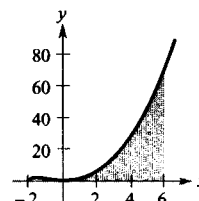
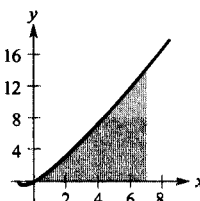
63.  $\int_0^{\pi/2} \cos\left(\frac{2x}{3}\right) dx$

64.  $\int_{\pi/2}^{\pi/2} (x+\cos x) dx$

En los Ejercicios 65-70, hallar el área de la región. Verificar el resultado con la calculadora.

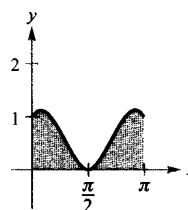
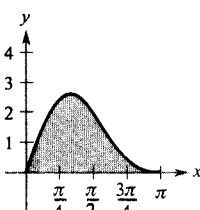
65.  $\int_0^7 x\sqrt[3]{x+1} dx$

66.  $\int_{-2}^6 x^2\sqrt[3]{x+2} dx$



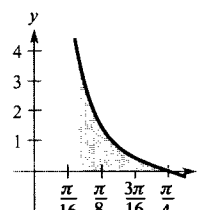
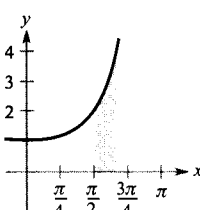
67.  $y = 2 \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 2x$

68.  $y = \operatorname{sen} x + \cos 2x$



69.  $\int_{\pi/2}^{2\pi/3} \sec^2\left(\frac{x}{2}\right) dx$

70.  $\int_{\pi/12}^{\pi/4} \operatorname{cosec} 2x \operatorname{ctg} 2x dx$



En los Ejercicios 71-76, evaluar la integral utilizando la calculadora. Dibujar la región cuya área representa la integral.

71.  $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{2x+1}} dx$

72.  $\int_0^2 x^3\sqrt{x+2} dx$

73.  $\int_3^7 x\sqrt{x-3} dx$

74.  $\int_1^5 x^2\sqrt{x-1} dx$

75.  $\int_0^3 \left(\theta + \cos \frac{\theta}{6}\right) d\theta$

76.  $\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} 2x dx$

**Redacción** En los Ejercicios 77 y 78, efectuar la integración de dos maneras y explicar cualquier diferencia que se observe en las respuestas.

77.  $\int (2x-1)^2 dx$

78.  $\int \operatorname{sen} x \cos x dx$