Tarea 12

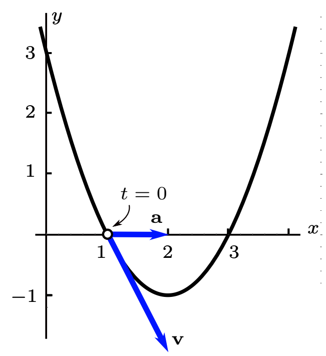
Solución del problema 9a, p. 99, Ayres

Prob 9a. Hallar el módulo y dirección de la velocidad y aceleración de la curva

$$x = e^t, \ y = e^{2t} - 4e^t + 3,$$

para $t = 0$.

Solución. Primero, dibujamos la curva. Se puede usar un sitio como Geogebra, pero en este caso es fácil hacerlo "a mano", dando cuenta que $y = x^2 - 4x + 3$, lo cual es la ecuación de una parábola, con vértice en $(2, -1)$, intersectando el eje de x en $x = 1, 3$, y el eje de y en $y = 3$. (Nota que la parametrización satisface $x > 0$, así que no alcanza a llegar a toda la parábola, sino solo al segmento de la parábola a la derecha de $(0, 3)$.)



Luego, la parametrización satiface $\dot{x} = x, \ \dot{y} = 2x^2 - 4x, \ \ddot{x} = x, \ \ddot{y} = 4x^2 - 4x$, por lo que en $t = 0$ tenemos

$$(x, y) = (1, 0), \ \mathbf{v} = (\dot{x}, \dot{y}) = (1, -2), \ \mathbf{a} = (\ddot{x}, \ddot{y}) = (1, 0).$$

Esto da

$$\begin{aligned} |\mathbf{v}| &= \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{5}, \ \tan(\tau) = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = -2, \\ &\implies \tau = \arctan(-2) = -1.11 = -296.57^\circ = -296^\circ 34'. \\ |\mathbf{a}| &= 1, \ \varphi = 0. \end{aligned}$$