

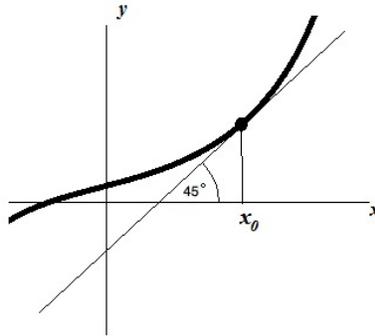
Examen final

5 dic, 2025

*Duración: 2.5 hrs. Resolver todos los problemas no marcados con *, y por lo menos dos problemas o incisos marcado con *.*

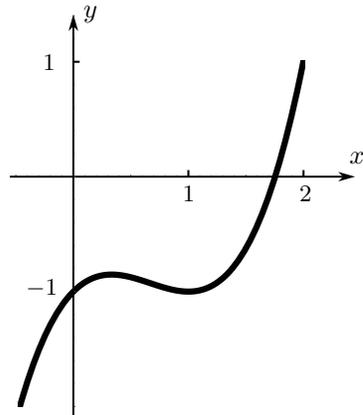
1. Encuentra

- a) $y'(-1/2)$, donde $y = x/\sqrt{1 - 2x^2}$.
- b) $\frac{d}{dh} 2gy^2$, donde $y = \cos(\sqrt{h/2})$ y g es una constante.
- c) $y^{(1000)}(x)$ (la milésima derivada), donde $y(x) = \sin(x)$
- d) $y'(x_0)$, para la $y(x)$ y la x_0 del dibujo.



- e) * $f'(2)$, donde $f(x)$ es una función cuya gráfica interseca la parábola $y = x^2$ perpendicularmente en el punto $(2, 4)$.
 - f) * $y^{(1000)}(x)$, donde $y = (1 - 37x^2 + x^4)^{100}$.
 - g) * $y''(1)$, donde $y(x)$ es una función que satisface $x^2 + xy(x) + y(x)^2 = 1$ para todo x y $y'(1) > 0$.
2. Una hormiga camina a lo largo del eje de x . En el momento t (en horas) su coordenada x (en km) es $t(t^2 - 1)$. Encuentra
- a) La gráfica de x como función de t .
 - b) La ubicación y velocidad de la hormiga en kmh en $t = 0$. ¿Se mueve hacia la derecha o la izquierda en este momento?
 - c) El número de veces que la hormiga pasa por $x = 0$. Los momentos t en que esto ocurre y la velocidad (en kmh) y la dirección de movimiento de la hormiga en estos momentos.
 - d) Los momentos y lugares en los cuales se mueve con una velocidad de 3 kmh (hacia la derecha o la izquierda).

- e) Los intervalos de tiempo en los cuales la hormiga se mueve hacia la derecha/izquierda.
- f) Los momentos y lugares en los cuales la hormiga se para (no se mueve, su velocidad es cero).
- g)* Los momentos y lugares tal que la hormiga se mueve con una velocidad de 1 kmh (hacia la izquierda o la derecha).
- h)* La máxima velocidad en la que la hormiga se mueve hacia la izquierda. El momento y lugar en donde esto ocurre.
3. Se requiere construir una cisterna de 10 metros cúbicos en forma cilíndrica. El costo de construcción de 1 metro cuadrado de pared/piso/techo es de 100/200/300 pesos (resp.). Encuentra las medidas más económicas de la cisterna (diámetro y altura).
- 4.* Pepito quiere encontrar una buena aproximación a la solución de la ecuación $x^3 - 2x^2 + x - 1 = 0$. No tiene idea como resolverla. Entonces decide graficar la función $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ usando un programa de computadora. Le sale esto



Usando esta gráfica decide tomar como una aproximación inicial el entero más cercano a la solución, $x = 2$. Usa el método de Newton para mejorar la aproximación de Pepito.

- 5.* La figura abajo tiene la ecuación $y^2 = 2x^2 - x^4$. Encuentra las ecuaciones de las dos rectas tangentes a la figura en el origen.

