

Tarea 3. Cálculo Diferencial.

1. Grafica las siguientes funciones:

(a) $y = |x - 3|$

(b) $y = -|x - 3|$

(c) $y = -|x - 3| + 4$, da el intervalo donde esta función toma valores no negativos. Sombrea el área entre esta función y el eje cartesiano x y verás que obtienes una figura geométrica muy famosa. Calcula su área de la manera tradicional que te han enseñado desde primaria, pero explica cómo lo haces.

2. Para las siguientes funciones, escríbelas como un polinomio de grado dos y gráficlas. Nota cómo afecta el cambio de signo en la forma de la función en su gráfica. Para visualizar esta gráfica puedes apoyarte con el graficador www.desmos.com.

(a) $y = (x - 2)(x - 4)$.

(b) $y = (x - 2)(4 - x)$

(c) $y = f(x) = (x - 2)(4 - x) + 8$. Evalúa esta función en $x = 0$ y en $x = 4$. Es decir, encuentra $f(0)$ y $f(4)$. También calcula $f(1)$ y $f(5)$. Indica con respecto a cuál x es simétrica esta función.

3. Da el conjunto que constituye el dominio y el contradominio (o rango) de las siguientes funciones. Recuerda que $\exp(1) = e$ es la constante de Euler y es un número irracional aproximadamente igual a 2.718. Puedes apoyarte con algún graficador para visualizar la función.

(a) $y = (x - 2)(4 - x)$

(b) $y = \exp(x)$

(c) $y = \exp(-x)$

(d) $y = -\exp(x) - 2$

(e) $y = 1 - \exp(-x)$

(f)

$$y = \begin{cases} 1 - \exp(x), & \text{si } x \geq 0, \\ 0, & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

4. Grafica la función llamada logaritmo natural $y = \ln(x)$ con base en la gráfica que obtengas con algún graficador como desmos. Compara su forma con la que obtuviste en el inciso (b).

5. RETO: La función indicadora de un conjunto A es muy útil y se denota como $I_A(x)$. Esta función vale uno si x pertenece a A y cero en otro caso,

$$I_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A, \\ 0, & \text{si } x \notin A. \end{cases}$$

Permite escribir de manera más concisa expresiones matemáticas. Intenta escribir la función del inciso 3f usándola, de manera que se pueda escribir en una sola línea como las funciones de los incisos (a) al (e).