Tarea 10. Simulacro de examen

Lee primero muy bien TODA esta tarea y prepárate a resolverla de corrido en unas 3 horas. Intenta resolverlo primero sin ver tus notas o el libro y luego regresa a los problemas que no te salgan revisando tus apuntes y el libro de Purcell. Si les surge cualquier pregunta por favor escríbanme. Si sienten que quieran más ejercicos para practicar, revisen las secciones que hagan falta del libro de Purcell y hagan ejemplos (que están resueltos para que puedan verificar sus respuestas) así como los problemas que vienen al final de las secciones.

1. Calcula para cada una de las siguientes funciones su primera derivada e indica la regla que estés usando para calcularlas. (Por ejemplo, menciona si usas la regla del producto, de la razón, de la cadena, etc.) Antes de derivar simplifica lo más que puedas las expresiones, en particular la del inciso (c).

   (a) $y = 9x^3 + 6x^2 - 3x + 47$
   (b) $y = (x+3)^2/(x^2+x-6)$
   (c) $y = \ln\left[\left(3x^7+12x\right)^5/x^2\right]$
   (d) $y = \exp\left(7x^4 - 2x\right)$
   (e) $y = 4\,\mathrm{sen}\left(2x^3\right) - 3\cos(5x)$

2. Para la siguientes funciones en los intervalos considerados, indica dónde alcanzan un máximo, mínimo y/o punto de inflexión, calculando la primera y segunda derivadas. (Recuerda que en un punto de inflexión de y, la primera derivada $y\prime$ tiene un máximo o un mínimo). Con base en tus resultados, haz una gráfica de y. Intenta hacerlo primero SIN Desmos y luego usa Desmos para revisar que tus respuestas sean correctas.

   (a) $y = \mathrm{sen}(x)$ en el intervalo $[0, 2\pi]$.
   (b) $y = \left(\frac{x}{2} - 3\right)^3 - \frac{x^2}{4} + 8$

3. Usa la regla de L'Hôpital para calcular el siguiente límite:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{3x}{n}\right).$$

   Recuerda que hicimos un ejercicio muy parecido en la clase.

4. Para la siguiente función, con base en el Teorema del valor medio para derivadas,

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b-a}$$

   indica cuál es el valor de c donde se cumple el teorema para

$$f(x) = 2x - \frac{x^2}{2},\ \text{con } a = -2, b = 6.$$

   Da explícitamente las coordenadas del punto $[c, f(c)]$ donde se cumple el teorema. Será cierto que en c la función alcanza un máximo o mínimo? Da la ecuación de la recta que pasa por este punto y tiene pendiente $f'(c)$ en la forma $y = mx + b$.

5. Resuelve los problemas 35 y 36 de la página 175 del libro de Purcell.