Primer Examen Parcial

24 sept, 2019

1. Considera la función

$$y = f(x) = |x - 3| - 2.$$

   (a) Grafica esta función sobre el intervalo $[-5, 10]$. Expresa el intervalo donde toma valores negativos y márcalo en tu gráfica.

   (b) Sombrea la región donde $[y > |x - 3| - 2]$ y a la vez $(y < 0)$.

   (c) Calcula los valores de esta función en x igual a 0, 3 y 6. Marca estos puntos sobre tu gráfica. Indica cuál es el valor más chico que puede tomar esta función.

   (d) Indica cuál es su dominio y su contradominio.

   (e) Da la ecuación de la recta que coincide con esta función para x en el intervalo $[3, \infty)$ dando el valor de su pendiente y de la ordenada al origen. Grafíca esta recta, marcándola con guiones sobre la función $f(x)$ que acabas de graficar.

2. Considera la composición de las funciones g en f denotada como

$$w(x) = g[f(x)],$$

   para los siguientes casos particulares de funciones f y g. Indica con intervalos cuál es el dominio y el contradominio de w en cada caso.

   (a) $f(x) = |x|$ y $g(x) = \sqrt{x}$.

   (b) $f(x) = |x|$. y $g(x) = 2 - x$.

   (c) $f(x) = -x^2$ y $g(x) = \sqrt{x}$.

3. Grafica las siguientes dos rectas y comenta sobre la relación que guardan entre ellas:

$$y_1 = 2 + 5x,$$

$$y_2 = 2 + x/5.$$

   Da la ecuación de una recta que sea paralela a la primera recta y_1 pero que esté verticalmente a tres unidades de ella.

4. Considera la sucesión
$$a\left(n\right) = 4 + \left(-1\right)^{n}\frac{2}{n}.$$
Grafícala para algunos puntos convenientes $\left[n, a\left(n\right)\right]$, de manera que puedas dar su límite L cuando n tiende a infinito,
$$\lim_{n\to\infty} a\left(n\right) = L.$$
Para $\varepsilon = 0.05$, indica un valor M tal que si $n > M$ entonces $a\left(n\right)$ diste menos de ε del límite L,
$$\left|a\left(n\right) - L\right| = \varepsilon.$$

5. Calcula el siguiente límite
$$\lim_{x\to 7}\frac{x^{2}+4x-21}{x-7}.$$

6. Demuestra por inducción que la suma de los primeros n pares es
$$2+4+6+...+2n = n\left(n+1\right) = n^{2}+n.$$

7. **OPCIONAL:** Recordando que la suma de los primeros m números naturales es
$$1+2+3+...+n = \frac{n\left(n+1\right)}{2},$$
indica qué relación guarda este resultado con el anterior del inciso (6) y si ves alguna manera en la que te hubiera servido para demostrar que era cierto.