

Tercer Examen de Cálculo Diferencial  
Cursos de Matemáticas en el CIMAT para alumnos de Bachillerato

Nombre:

1. En el siguiente problema identifique los puntos críticos y encuentre los valores máximo y mínimo en el intervalo dado

$$f(x) = x^2 + 4x + 4; \quad I = [-4, 0]$$

2. En el siguiente problema utilice el teorema de monotonía para encontrar en dónde la función dada es creciente y en dónde es decreciente.

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2}$$

3. Suponga que  $f'(x) > 0$  y  $g'(x) > 0$  para toda  $x$ . ¿Qué otras condiciones sencillas (si existen) se necesitan para garantizar que:

- (a)  $f(x) + g(x)$  sea creciente para toda  $x$ ;
- (b)  $f(x) \cdot g(x)$  sea creciente para toda  $x$ ;
- (c)  $f(g(x))$  sea creciente para toda  $x$ ?

4. Muestre que para un rectángulo de perímetro dado  $K$ , aquel de área máxima es un cuadrado.

5. Considere una curva general de cuarto grado  $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ , donde  $a \neq 0$ . ¿Cuál es el número máximo de puntos de inflexión que tal curva puede tener?

6. De acuerdo con la Ley de Torricelli, la razón de cambio del volumen,  $V$ , de agua con respecto al tiempo en un tanque que se está vaciando es proporcional a la raíz cuadrada de la profundidad del agua. Un tanque cilíndrico de radio  $10/\sqrt{\pi}$  centímetros y 16 centímetros de altura, inicialmente lleno, tarda 40 segundos en vaciarse.

- (a) Escriba la ecuación diferencial para  $V$  en el instante  $t$  con las dos condiciones correspondientes.
- (b) Resuelva la ecuación diferencial.
- (c) Encuentre el volumen del agua después de 10 segundos.