UNIDAD I. ESTRUCTURA DE DATOS BÁSICAS (ÁRBOLES)

Francisco J. Hernández López

fcoj23@cimat.mx

ÁRBOLES

- Estructura de datos no lineal, en la que cada elemento sólo puede estar enlazado con su predecesor (o nodo padre) y sus sucesores (o nodos hijos)
- Existe un único camino entre el primer nodo de la estructura y cualquier otro nodo
- Se utilizan para representar jerarquías:
  - Árbol genealógico
  - Diagramas de organización
  - Formulas matemáticas
  - Numerar capítulos y secciones de un libro
  - Algoritmos para ordenación, búsqueda, compilación, etc.

Estructura de datos, Cairó - Guardati, 3a. Edición, 2006.
Programación en C: metodología, algoritmos y estructura de datos, Luis Joyanes Aguilar, Ignacio Zahonero Martínez, 2a ed., 2005.

DEFINICIONES

- Nodo: Vértices o elementos de un árbol
- Enlace/arco/borde/arista: Conexión entre dos nodos consecutivos
- Nodo:
  - Raíz: Todo árbol que no es vacío, tiene un único nodo raíz, el cual es el nodo superior de la jerarquía
  - Terminal u hoja: Nodo que no contiene ningún subárbol, o que no tiene hijos
  - Interior o rama: Nodo con uno o más subárboles, o nodo que no es hoja
  - Descendiente o hijo: Cada subárbol de un nodo
  - Ascendiente o padre: Nodo de jerarquía superior a un nodo dado
  - Hermanos: Nodos que tienen el mismo padre

DEFINICIONES

- Bosque: Colección de árboles
- Orden del árbol: Es el número de hijos que puede llegar a tener cada elemento del árbol. Ej.: En un árbol binario, cada nodo solo puede llegar a tener dos hijos, por lo tanto el orden del árbol es 2
- Grado del árbol: Es el número de hijos que tiene el elemento con más hijos dentro del árbol
- Nivel de un nodo: Es la distancia (medida en nodos) que hay entre el nodo y la raíz. Si consideramos que el nivel de la raíz es 1, entonces el nivel que tienen sus hijos es 2

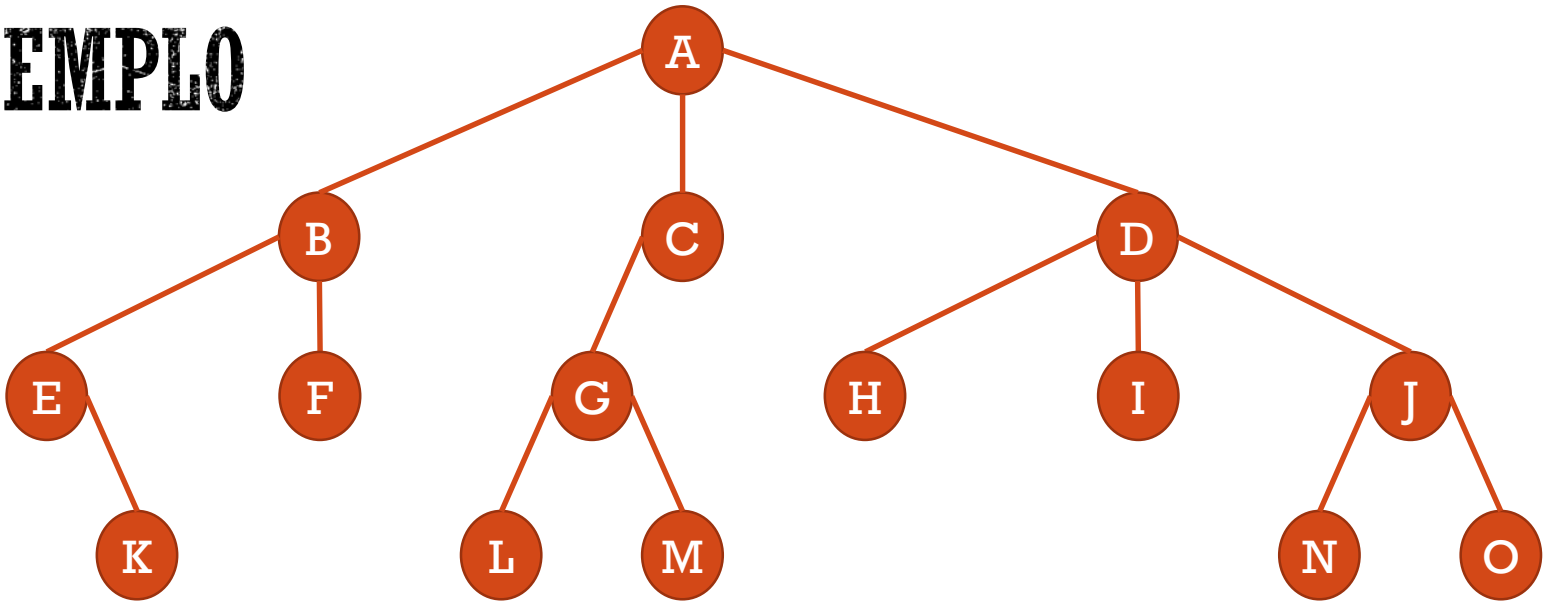
Nota: También se puede considerar que la raíz tiene nivel 0. Entonces el nivel de un nodo será la longitud del camino (medido en enlaces) desde la raíz al nodo

DEFINICIONES

- Altura del árbol: Es el nivel del nodo de mayor nivel. Como cada nodo del árbol se puede considerar a su vez como la raíz de un árbol, entonces podemos hablar de altura de ramas
- Peso del árbol: Número de nodos terminales (u hojas)
- Factor de equilibrio: Se define como la altura del subárbol derecho menos la altura del subárbol izquierdo

$$FE = A_{SD} - A_{SI}$$

EJEMPLO



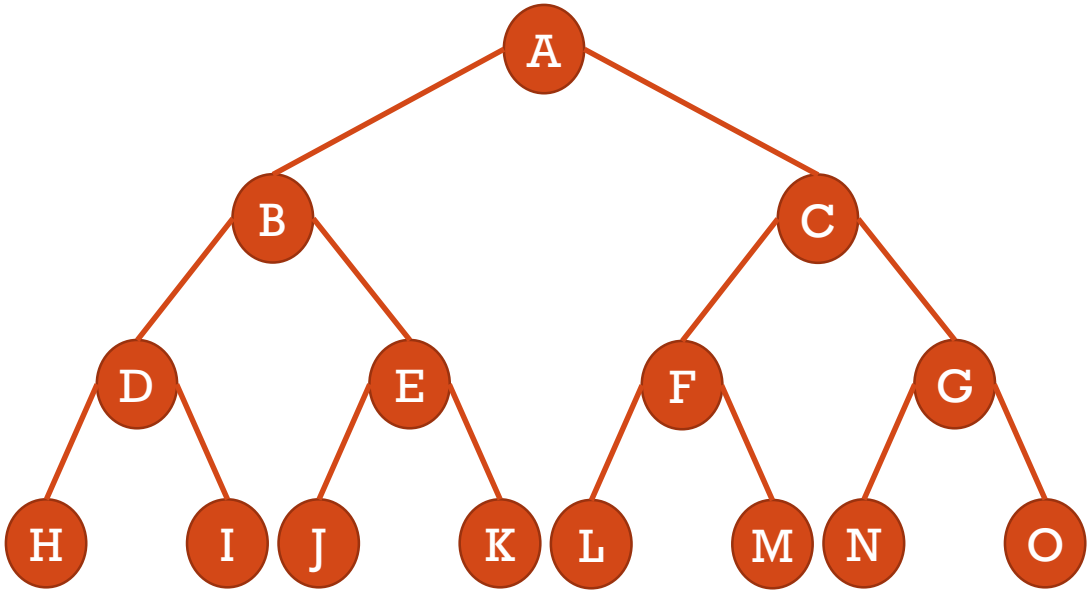
Raíz: A
Hojas: F, H, I, K, L, M, N, O
Ramas: B, C, D, E, G, J
Hijos: B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O
Padres: A, B, C, D, E, G, J
Hermanos: (B, C, D) de A, (E, F) de B, (H, I, J) de D, (L, M) de G, (N, O) de J

Orden del árbol: 3
Grado del árbol: 3
Nivel del nodo F: 3
Altura del árbol: 4
Altura de la rama B: 3
Altura de la rama I: 1
Peso del árbol: 8

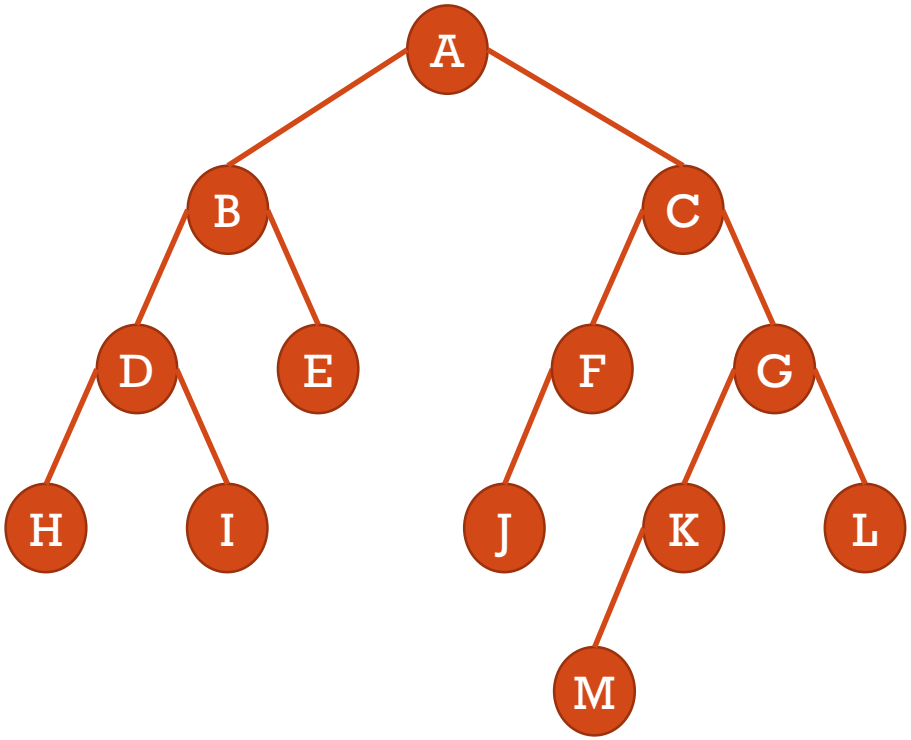
ÁRBOLES BINARIOS

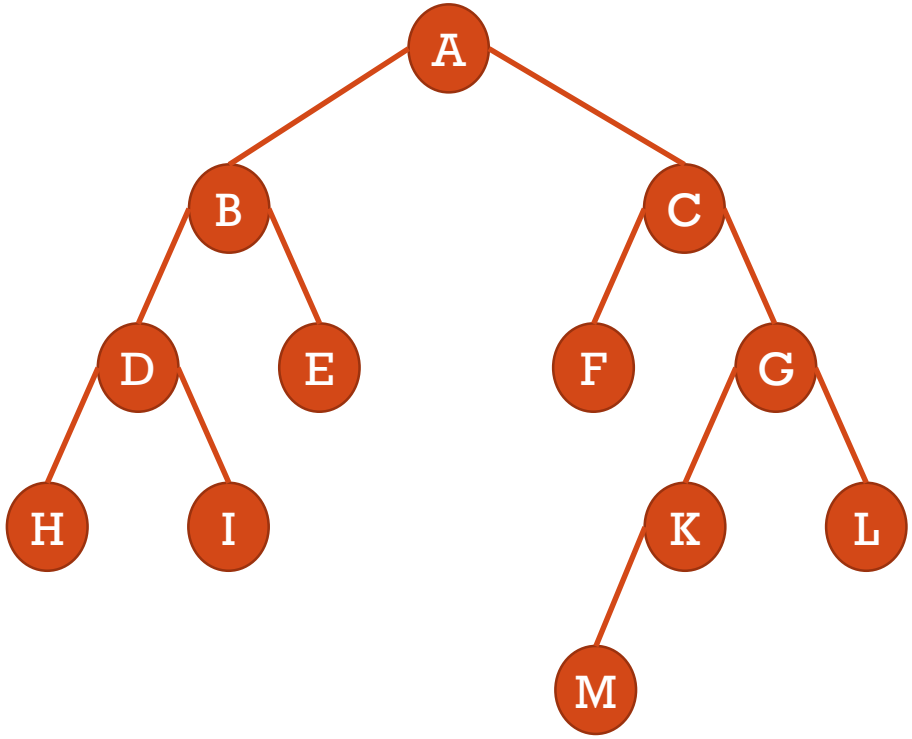
- Son árboles en los que cada nodo no puede tener más de dos hijos, por lo tanto son árboles de orden 2
- Tipos de árboles binarios:
  - Completamente balanceados/Completos/Perfectos: Si cada nodo tiene exactamente dos hijos o no tiene hijos y si cada hoja está al mismo nivel. Un árbol binario de nivel n tiene $2^n - 1$ nodos
  - Equilibrados: Las alturas de los dos subárboles de cada nodo tiene como máximo una diferencia de 1 en valor absoluto, es decir el $|FE| \leq 1$ en cada nodo
  - Degenerados: Todos sus nodos solo tienen un subárbol
  - Similares: Árboles con la misma estructura
  - Equivalentes: Árboles con la misma estructura y contienen la misma información

ÁRBOLES COMPLETOS

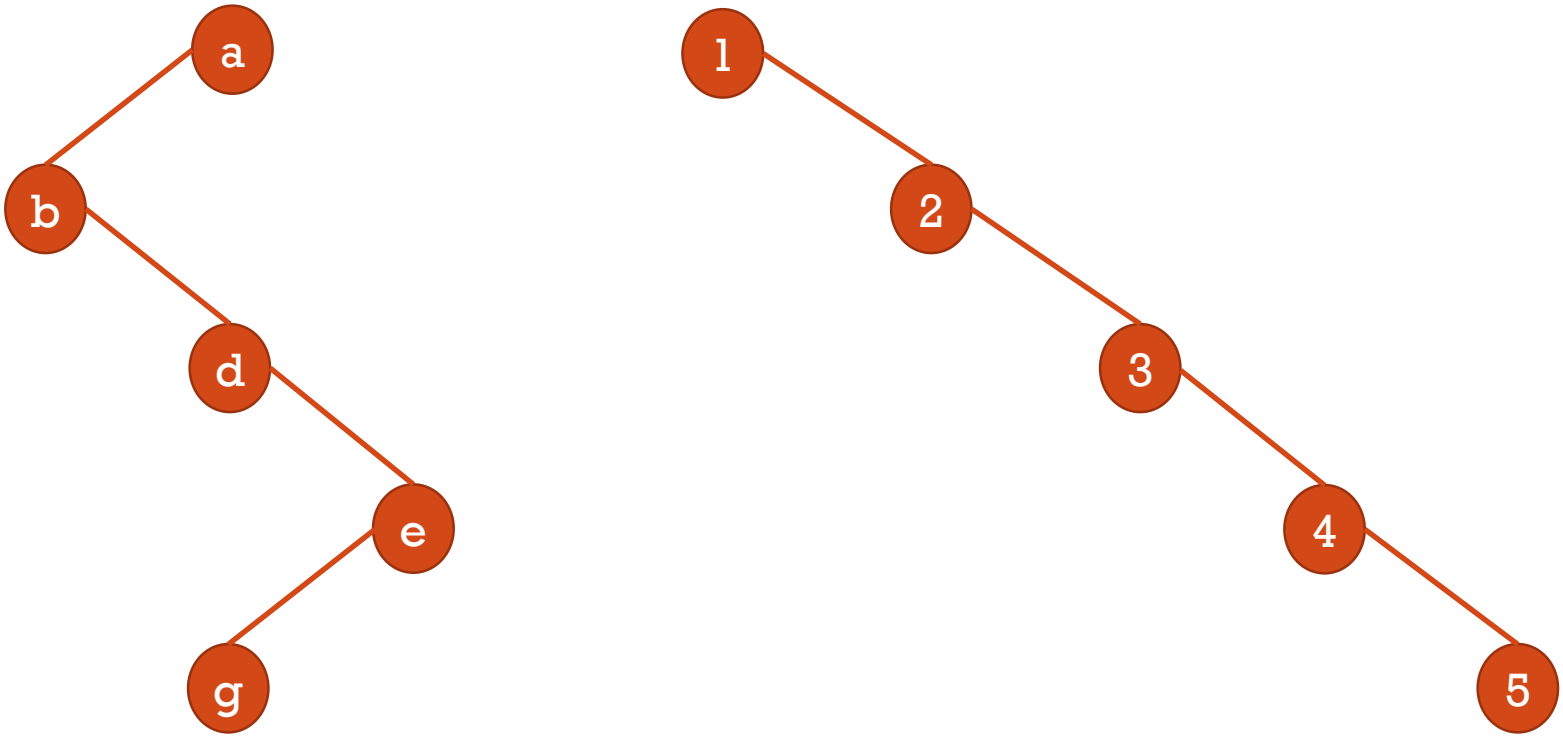


EQUILIBRADO Y NO EQUILIBRADO



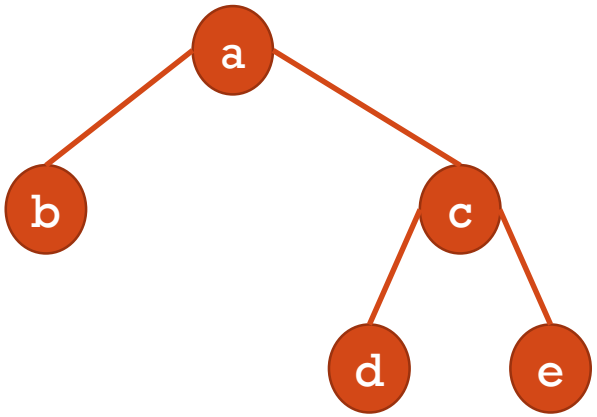


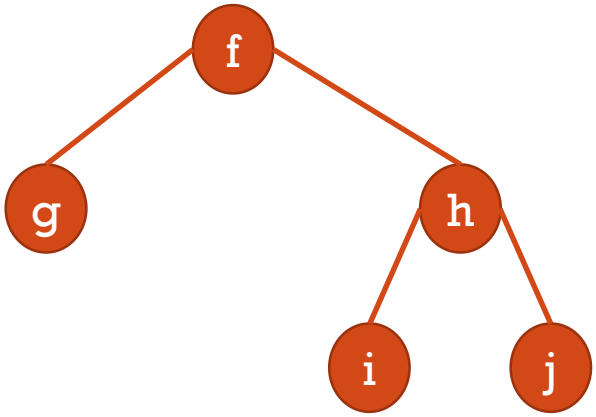
ÁRBOLES DEGENERADOS



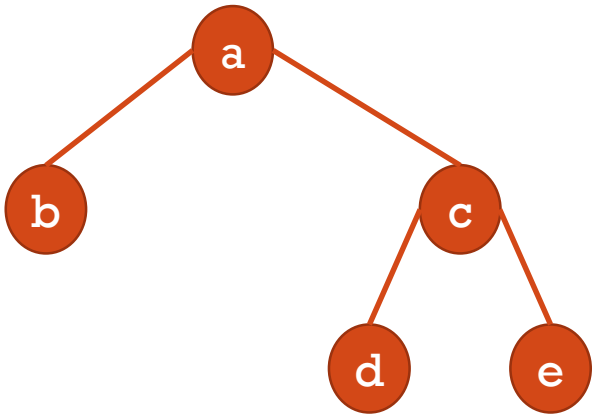
Nota: Estos árboles tienen orden 2 y grado 1

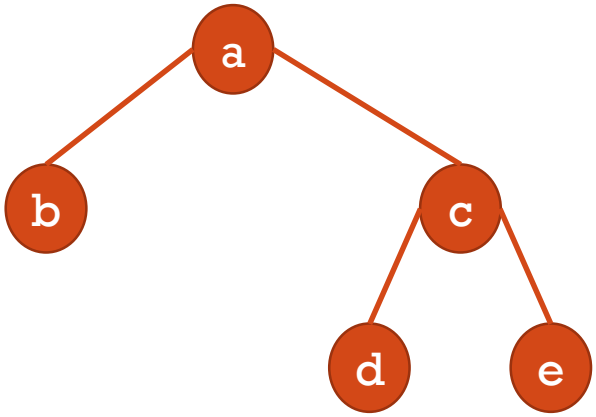
ÁRBOLES SIMILARES



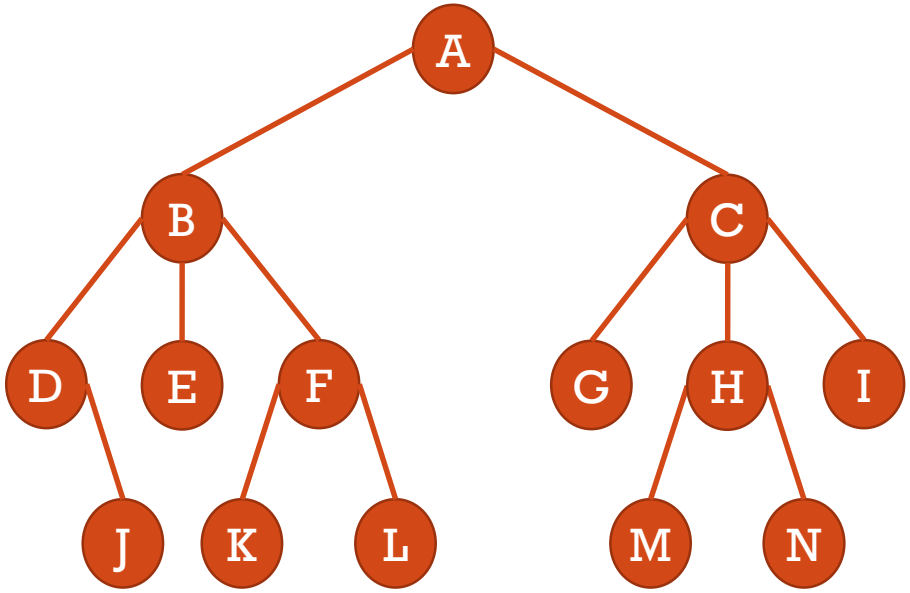


ÁRBOLES EQUIVALENTES

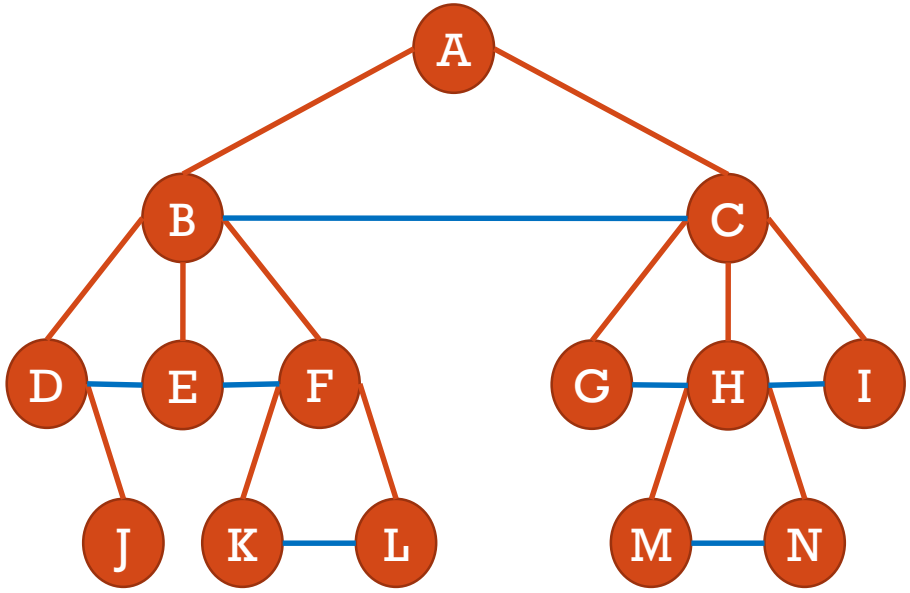




CONVERTIR UN ÁRBOL GENERAL EN UN ÁRBOL BINARIO

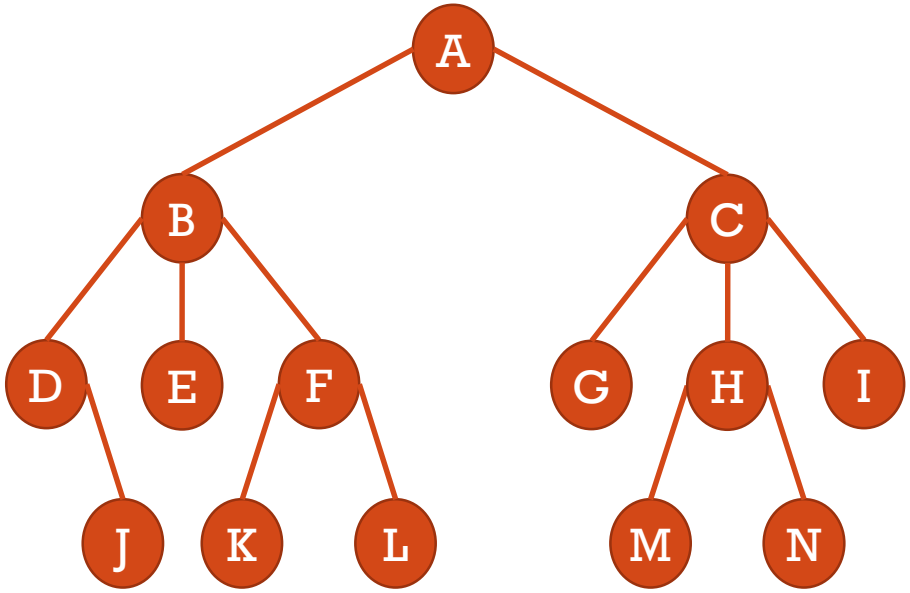


Árbol de orden 3

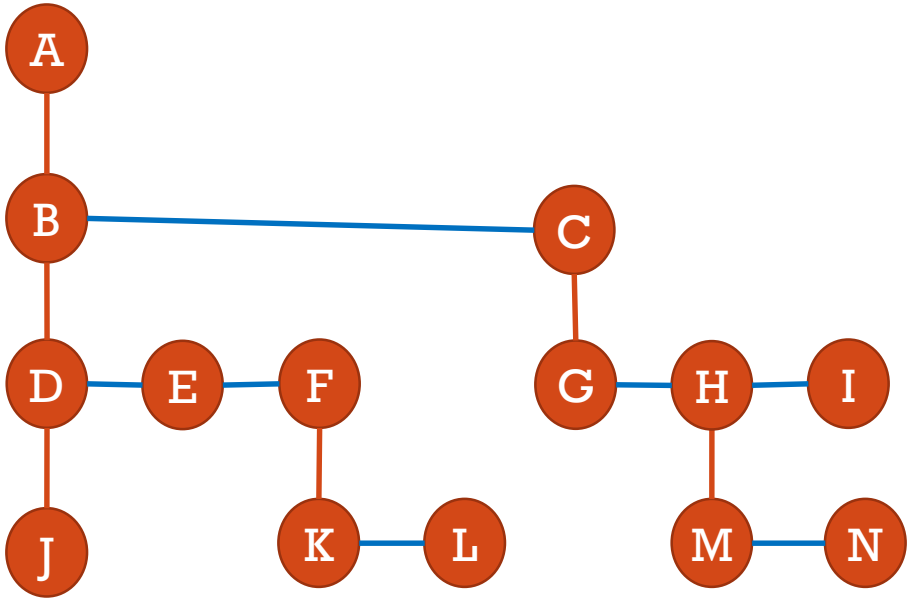


1. Enlazar los hijos de cada nodo en forma horizontal (todos los hermanos)

CONVERTIR UN ÁRBOL GENERAL EN UN ÁRBOL BINARIO

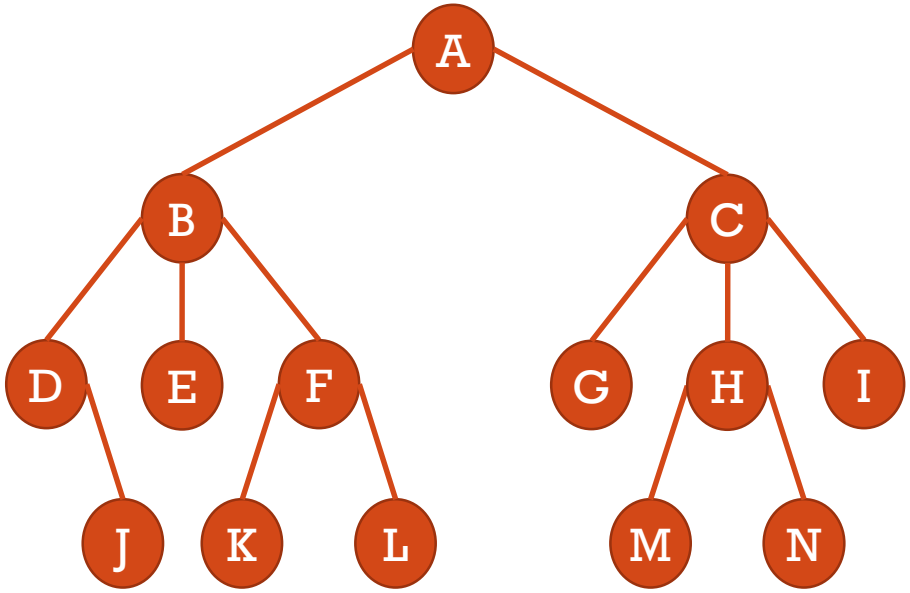


Árbol de orden 3



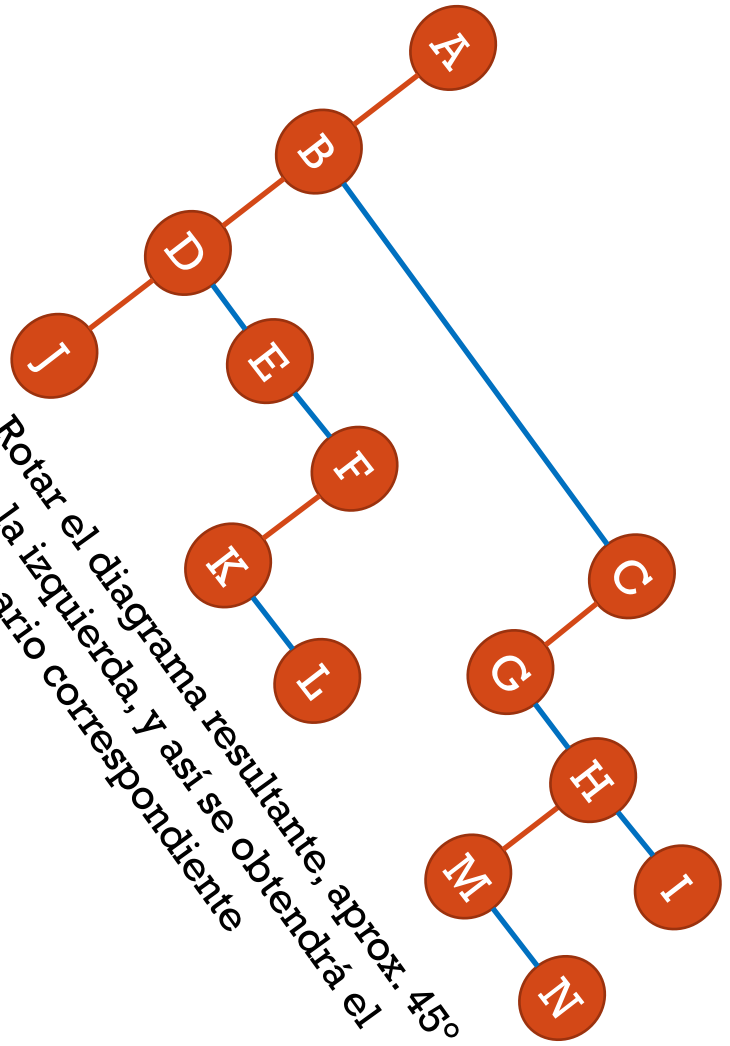
2. Enlazar en forma vertical el nodo padre con el hijo que se encuentra más a la izquierda. Además debe eliminarse el enlace de dicho padre con el resto de sus hijos

CONVERTIR UN ÁRBOL GENERAL EN UN ÁRBOL BINARIO

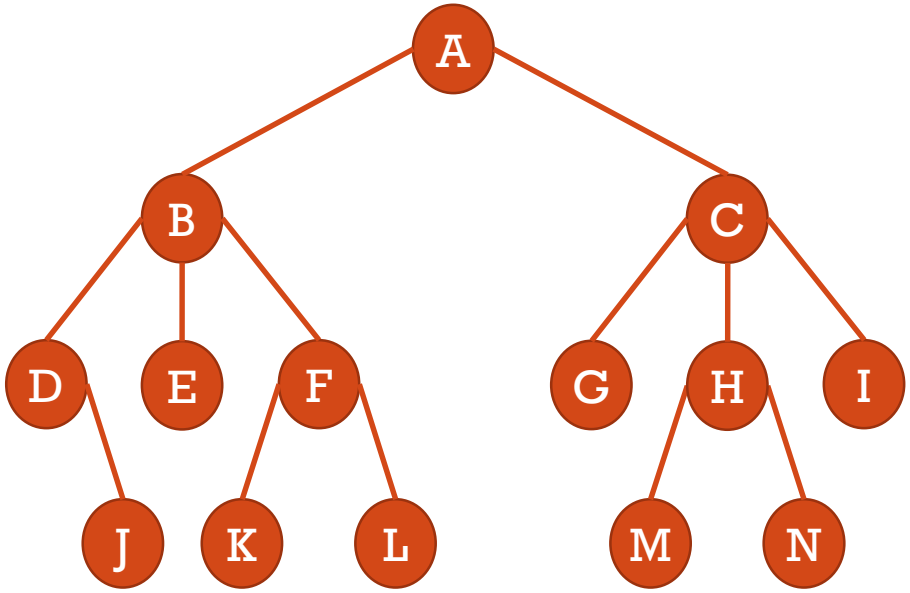


Árbol de orden 3

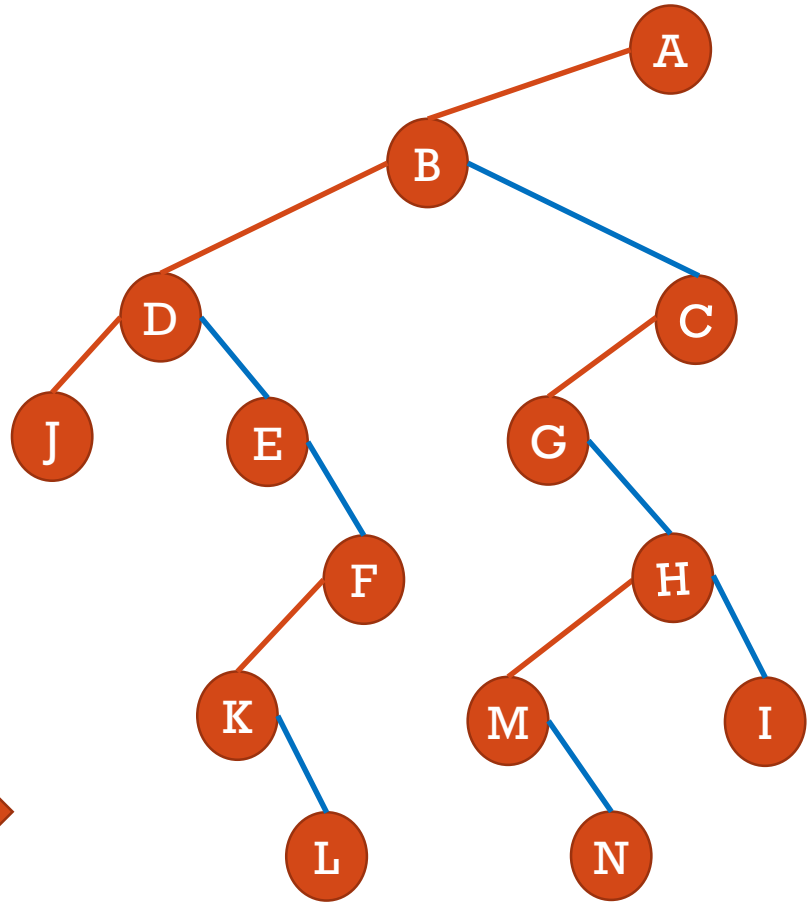
3. Rotar el diagrama resultante, aprox. 45° hacia la izquierda, y así se obtendrá el árbol binario correspondiente



CONVERTIR UN ÁRBOL GENERAL EN UN ÁRBOL BINARIO

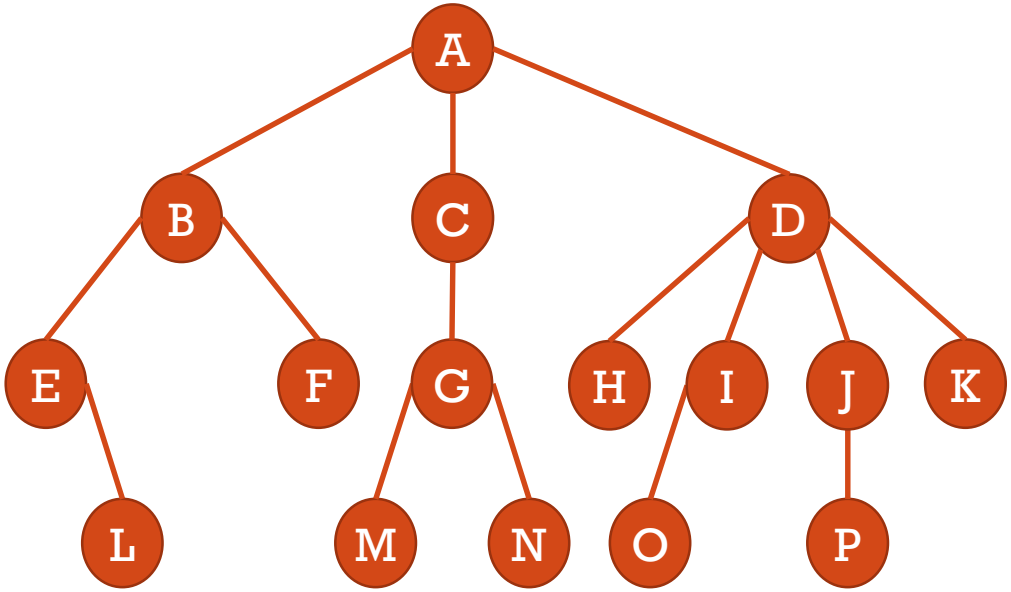


Árbol de orden 3

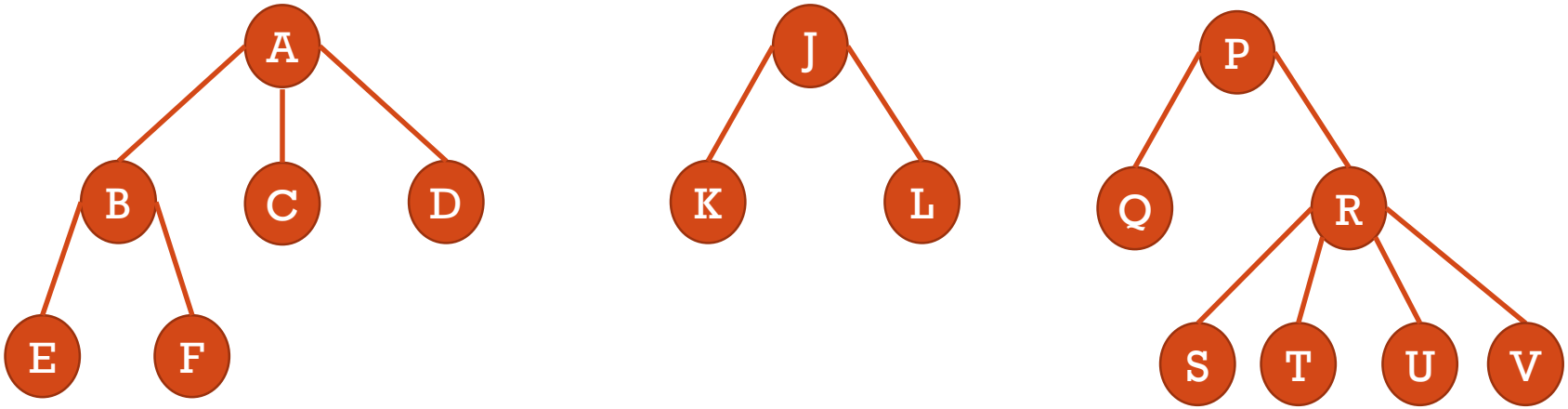


Árbol binario

Convertir el siguiente árbol en un árbol binario

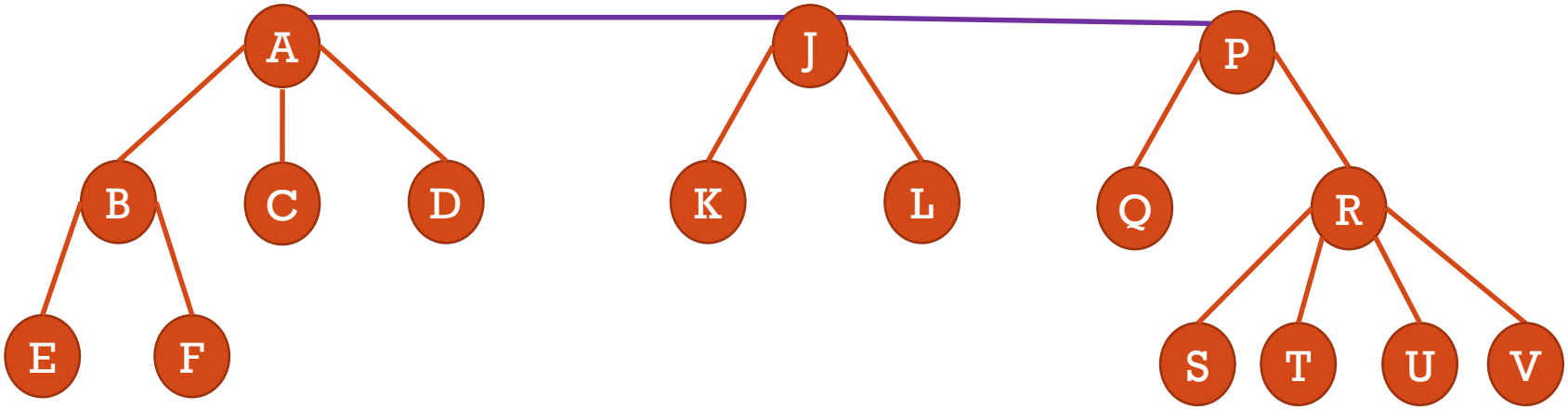


CONVERTIR UN BOSQUE EN UN ÁRBOL BINARIO



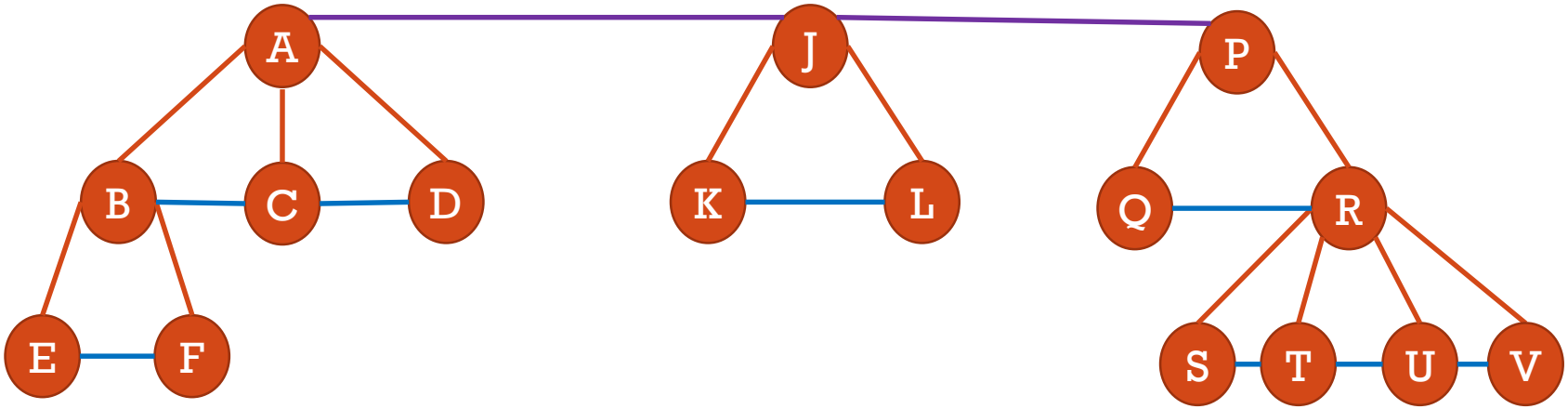
Bosque de árboles

CONVERTIR UN BOSQUE EN UN ÁRBOL BINARIO



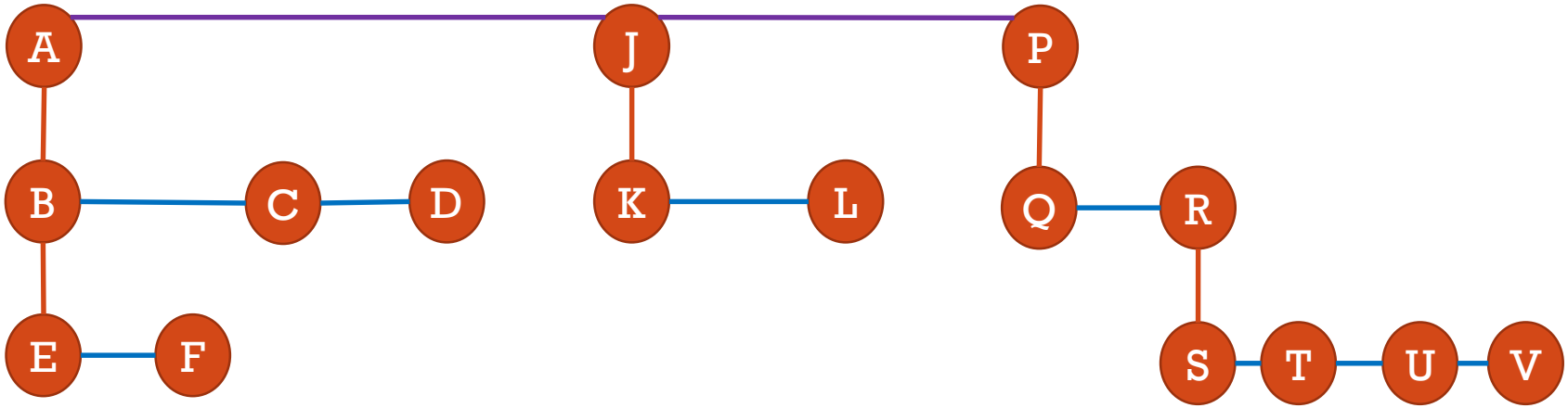
1. Enlazar en forma horizontal las raíces de los distintos árboles generales

CONVERTIR UN BOSQUE EN UN ÁRBOL BINARIO



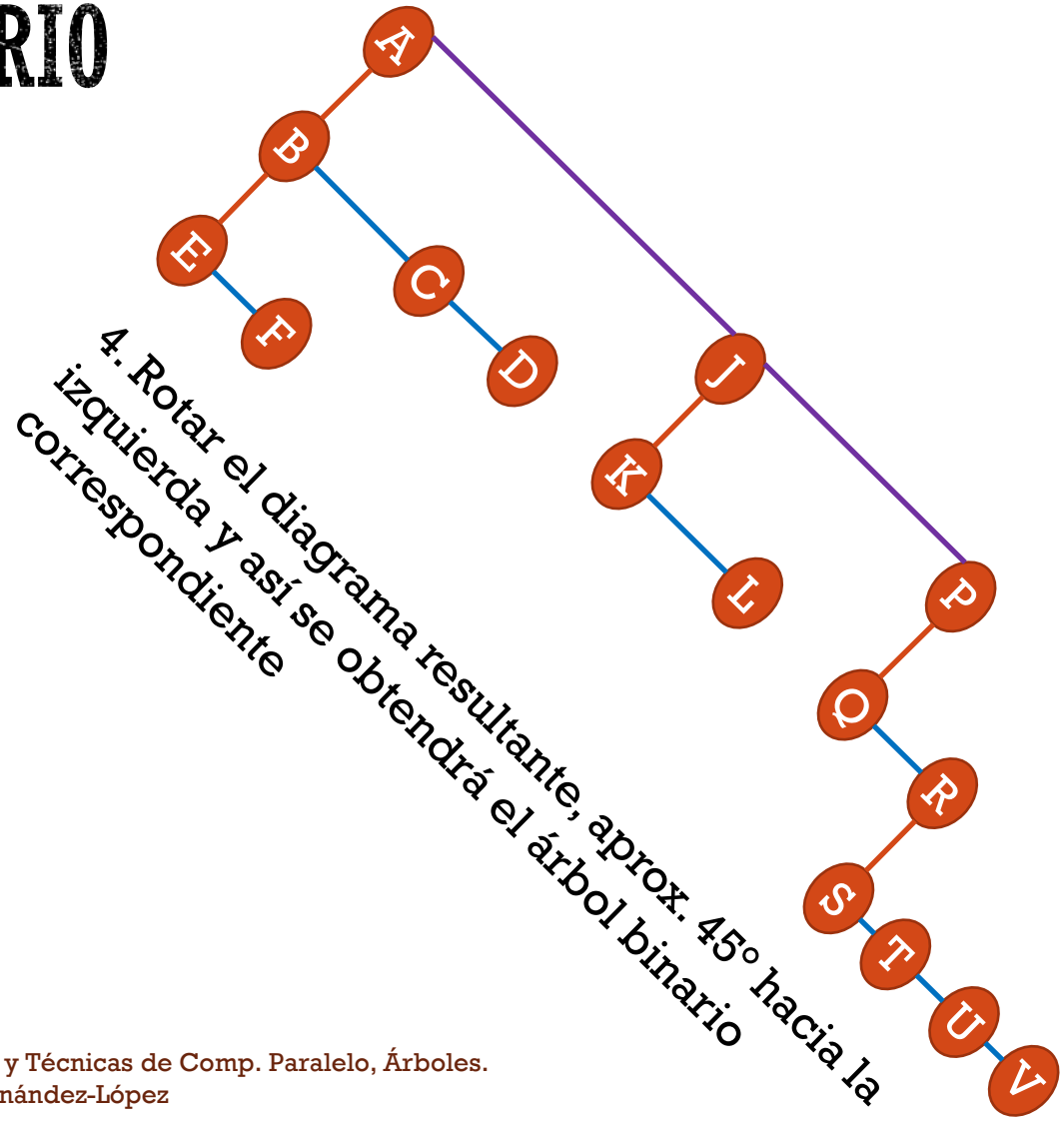
2. Enlazar los hijos de cada nodo en forma horizontal (todos los hermanos)

CONVERTIR UN BOSQUE EN UN ÁRBOL BINARIO

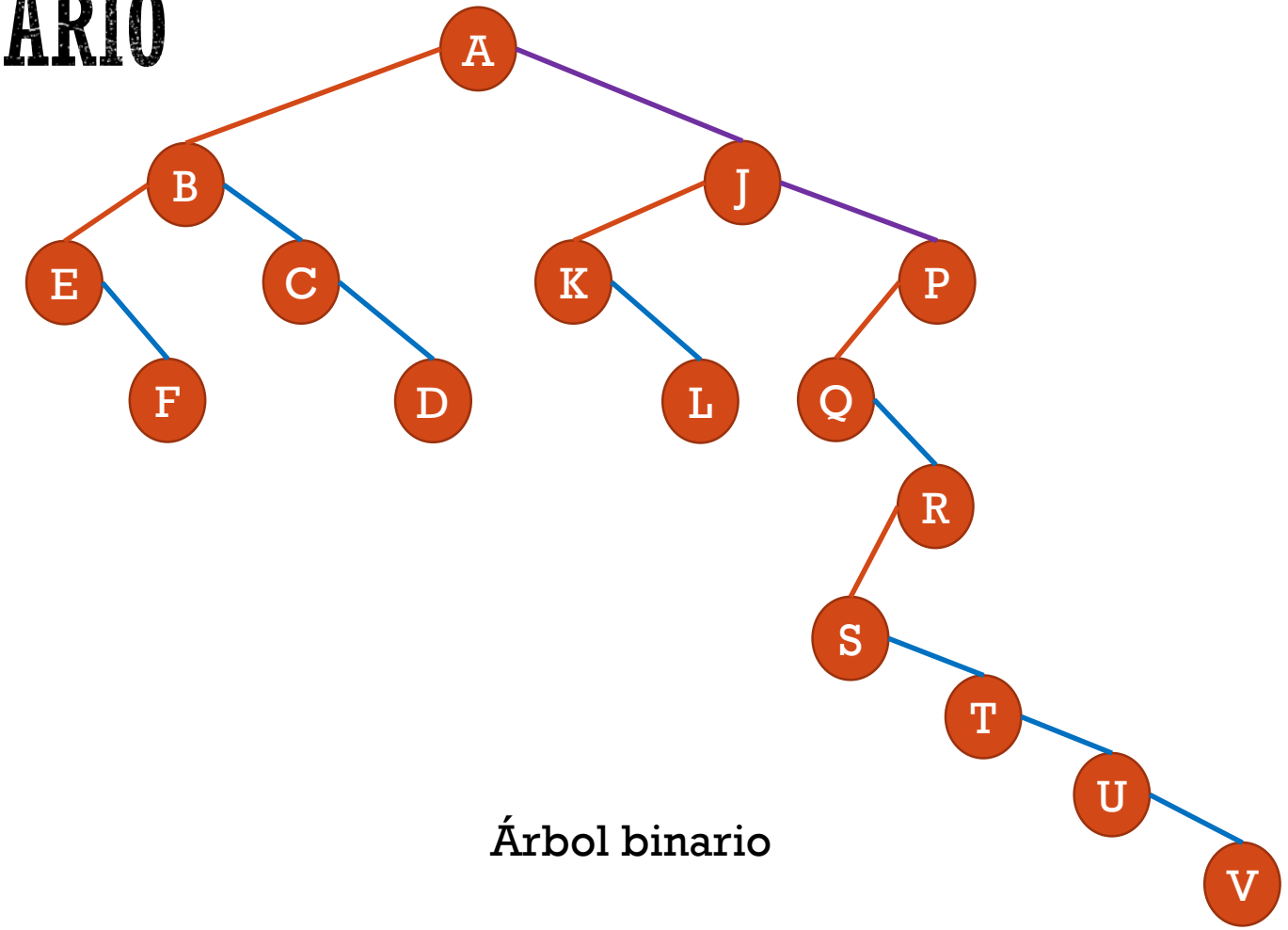


3. Enlazar en forma vertical el nodo padre con el hijo que se encuentra más a la izquierda. Además se debe eliminar el vínculo del padre con el resto de sus hijos

CONVERTIR UN BOSQUE EN UN ÁRBOL BINARIO

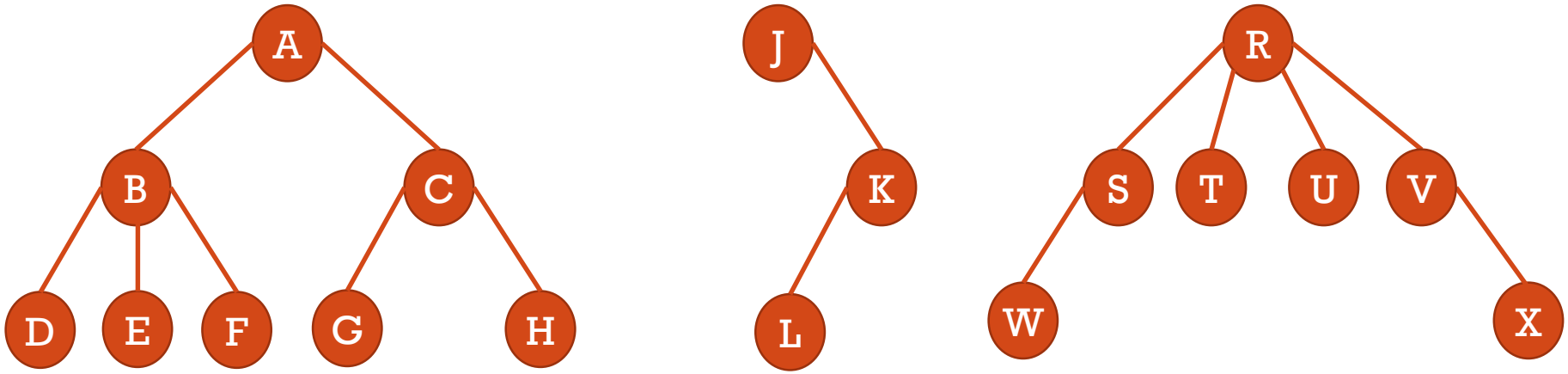


CONVERTIR UN BOSQUE EN UN ÁRBOL BINARIO



Árbol binario

CONVERTIR EL SIGUIENTE BOSQUE EN UN ÁRBOL BINARIO

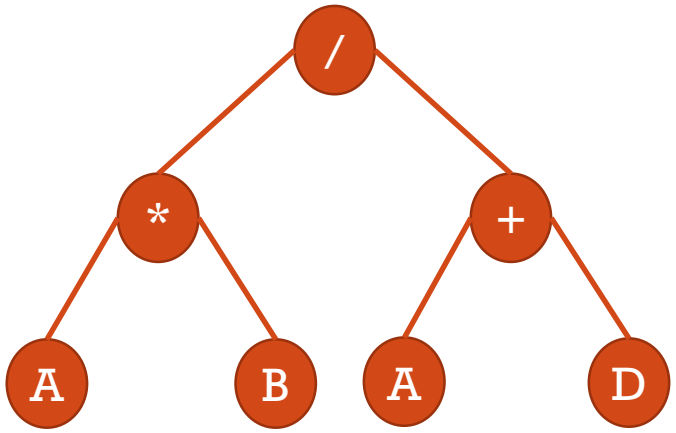


Bosque de árboles

Operaciones básicas con árboles binarios

- Añadir o insertar elementos
- Buscar o localizar elementos
- Borrar o eliminar elementos
- Moverse a través del árbol
- Recorrer todo el árbol

FORMAS DE RECORRER TODO EL ÁRBOL BINARIO



Pre-orden: /*AB+AD
(raíz, izq, der)

In-orden: A*B/A+D
(izq, raíz, der)

Post-orden: AB*AD+/
(izq, der, raíz)

IMPLEMENTACIÓN DE UN ÁRBOL BINARIO

- Se pueden implementar tanto con memoria estática así como con memoria dinámica
- A continuación veremos como implementar un árbol binario con memoria dinámica:

```
typedef struct _nodoArbol{
    int dato;
    struct _nodoArbol *izq;
    struct _nodoArbol *der;
}tipoNodoArbol;
```