Geometría Computacional

MAT-125

Claudia Esteves Jaramillo
cesteves@cimat.mx

Geometría Computacional

- Área de investigación dedicada al estudio de algoritmos y estructuras de datos que se pueden especificar en términos geométricos.
- Reúne problemas matemáticos y de ciencias de la computación.
- Aplicaciones a numerosas áreas como gráficas por computadora, sistemas de información geográficos, robótica, visión por computadora, etc.
- **Geometría Computacional Combinatoria** o geometría algorítmica: objetos geométricos como entidades discretas.
- **Geometría Computacional Numérica** o geometría de máquina: cómo representar objetos reales en forma adecuada para una computadora en sistemas CAD.

Geometría Computacional Combinatoria

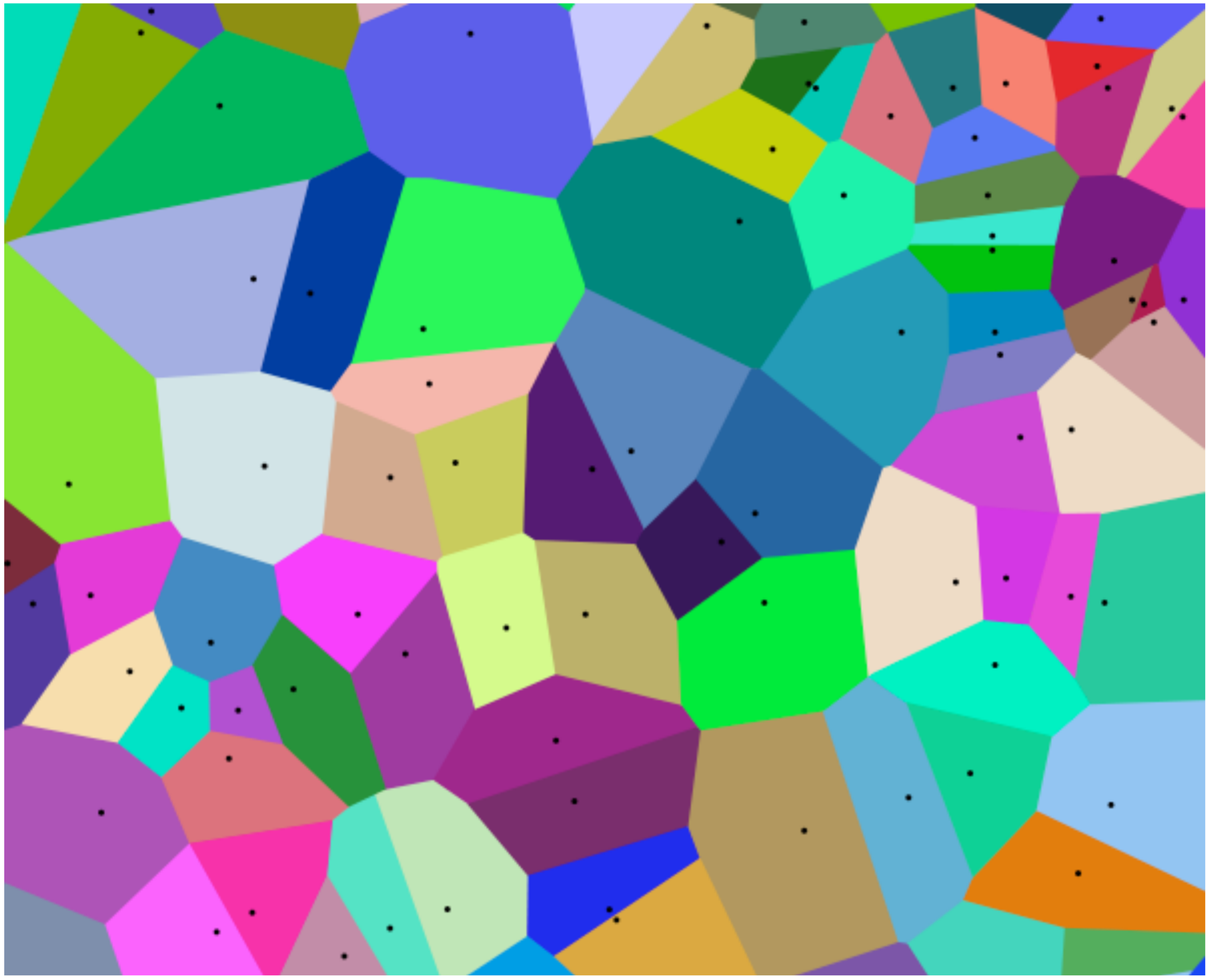
- Meta: desarrollar algoritmos y estructuras de datos eficientes para resolver problemas en términos geométricos usando puntos, segmentos de recta, poliedros, etc.

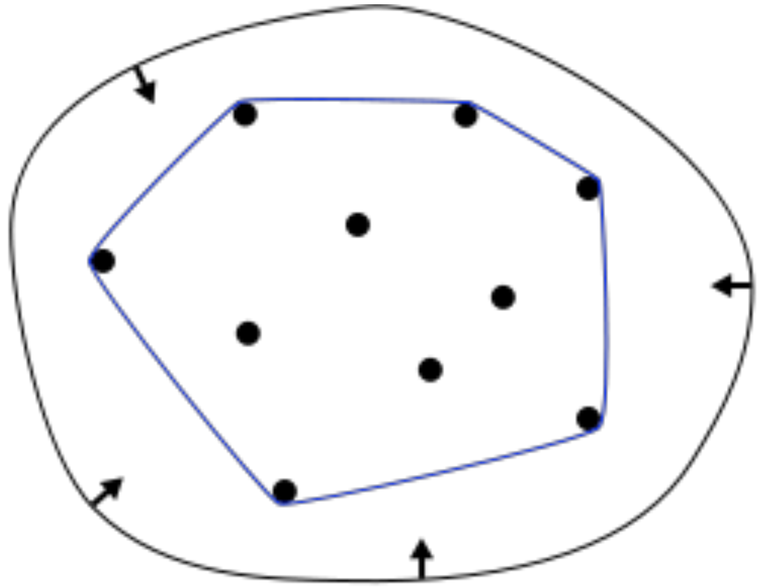
- Área formalmente definida a finales de los 70s con la popularización de las computadoras.

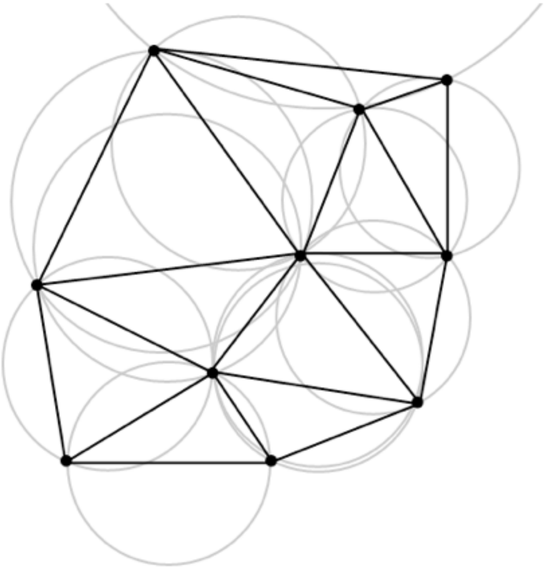
Problemas estáticos

- Se da una entrada y se construye o encuentra la salida correspondiente. Ejemplos:
  - Envolvente convexo (convex hull).
  - Intersección de segmentos de recta.
  - Triangulación de Delaunay.
  - Diagrama de Voronoi.
  - Par de puntos más cercanos.
  - Triangulación de polígonos.
  - …
- La complejidad computacional se estima usando el tiempo y espacio (memoria) que se requiere para solucionar una instancia del problema.

[Wikipedia]



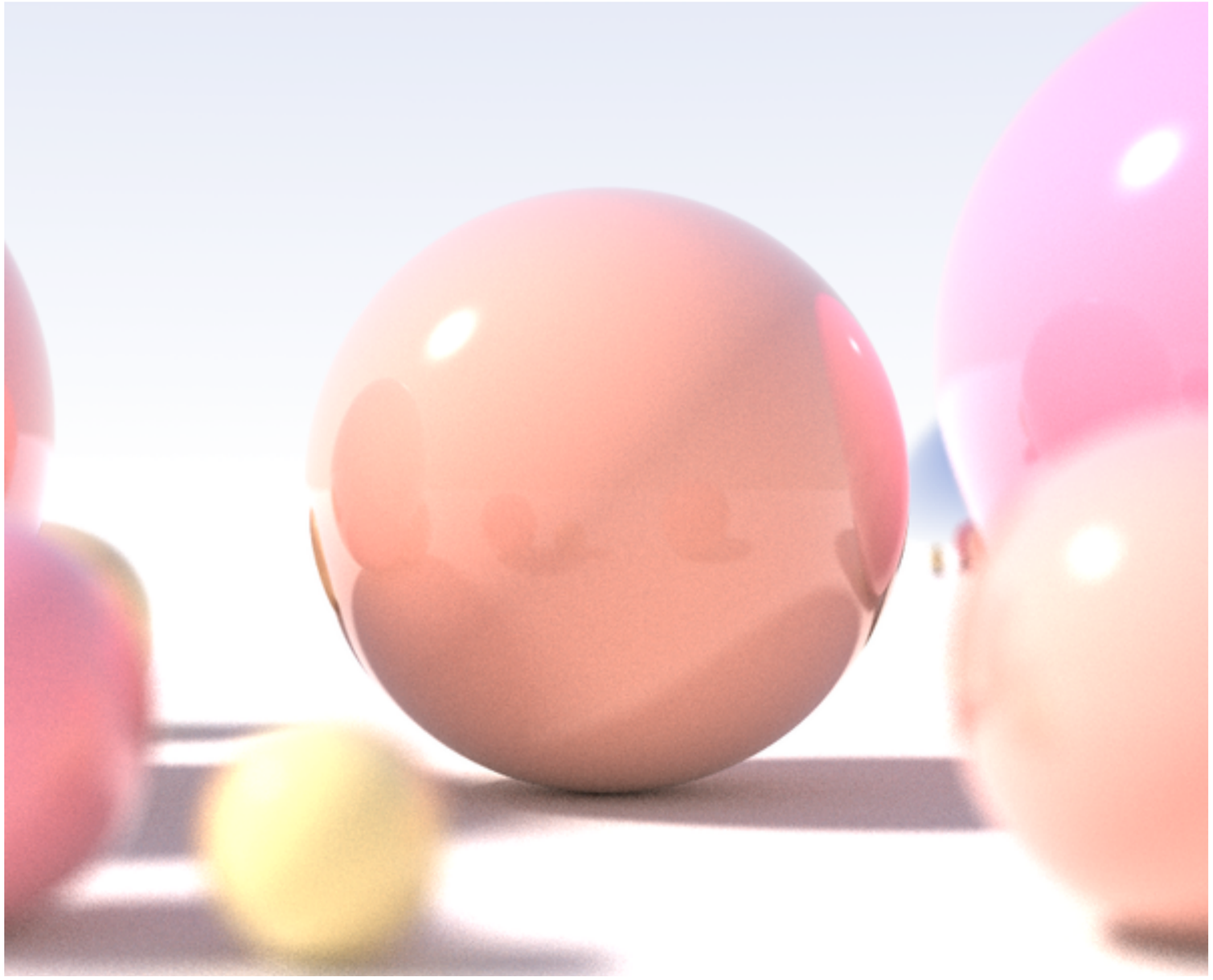


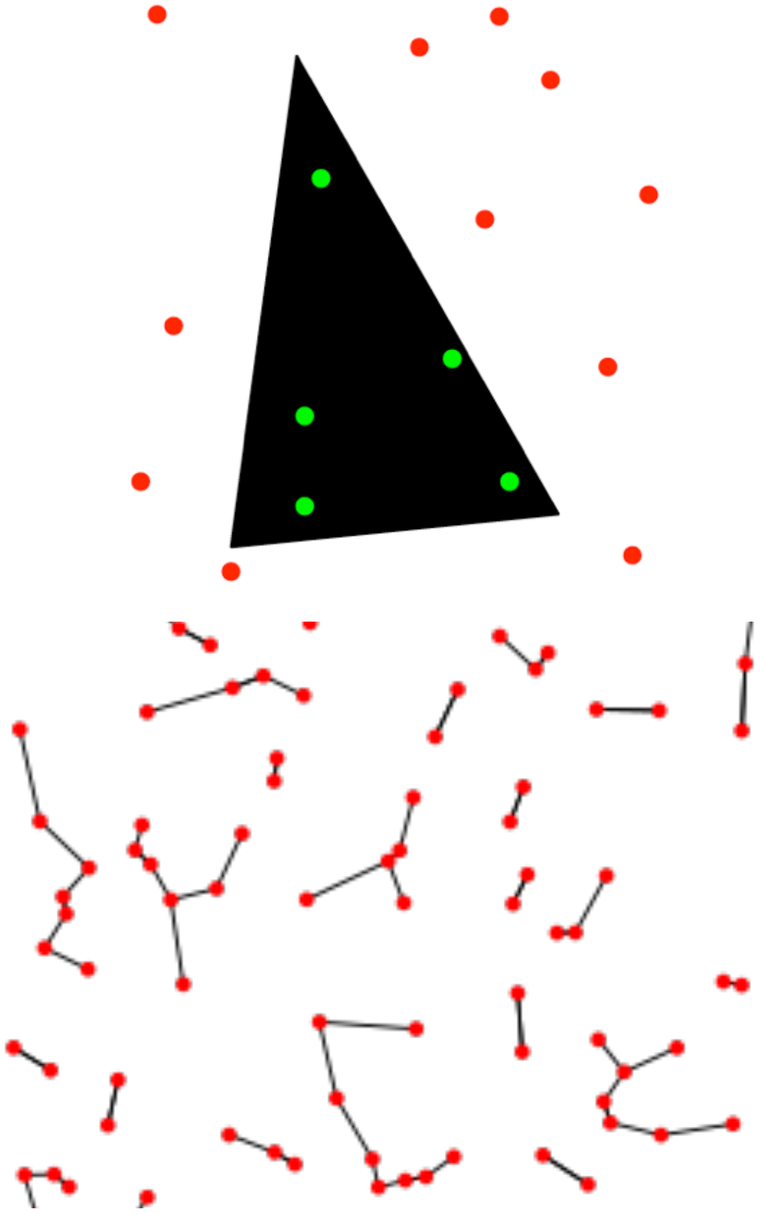


Problemas de búsqueda geométrica

- La entrada consiste en un espacio de búsqueda y una pregunta particular.
- El espacio de búsqueda necesita típicamente preprocesamiento para responder varias preguntas del mismo tipo.
    - Búsqueda de rango.
    - Búsqueda de un punto en una región.
    - Vecino más cercano.
    - Trazado de rayos.
- Si el espacio de búsqueda es constante, la complejidad computacional se estima con:
    - el tiempo y espacio que requiere construir la estructura de datos de búsqueda.
    - el tiempo que toma en responder a la pregunta.

[Wikipedia]





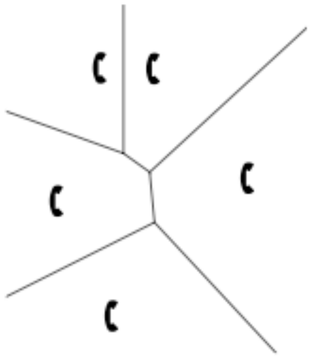
Problemas dinámicos

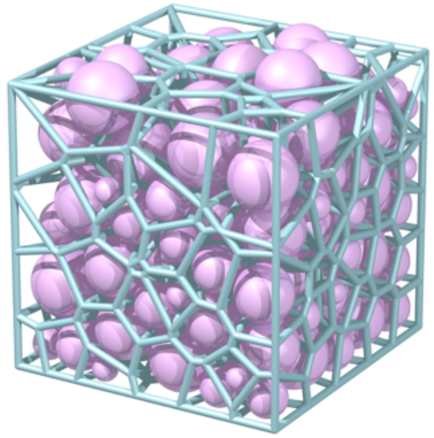
- Encontrar una solución de manera eficiente cuando el espacio de búsqueda varía de forma incremental.
- Todos los problemas geométricos se pueden convertir en instancias dinámicas con un costo de procesamiento.
- La complejidad computacional se estima:
  - con el tiempo y espacio que se requiere para construir la estructura de búsqueda,
  - el tiempo y espacio para modificar la estructura de búsqueda después del cambio incremental,
  - el tiempo para responder una pregunta.

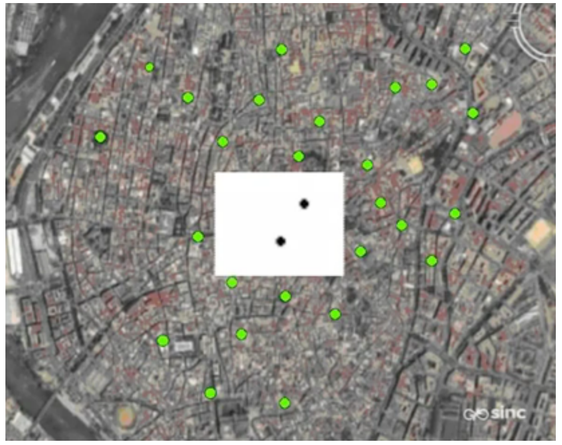
[Wikipedia]

Ejemplo 1: Diagrama de Voronoi

Ejemplo: Aplicación del Diagrama de Voronoi, metro de Sevilla

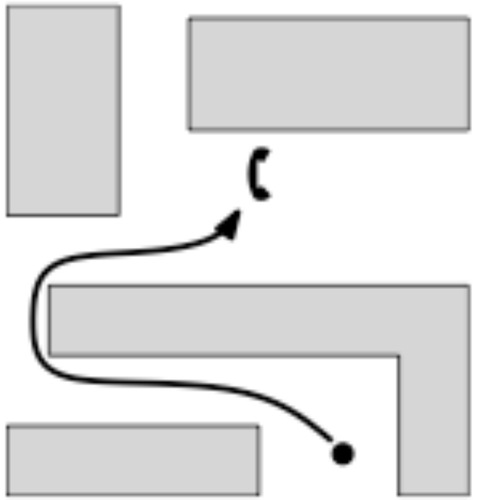


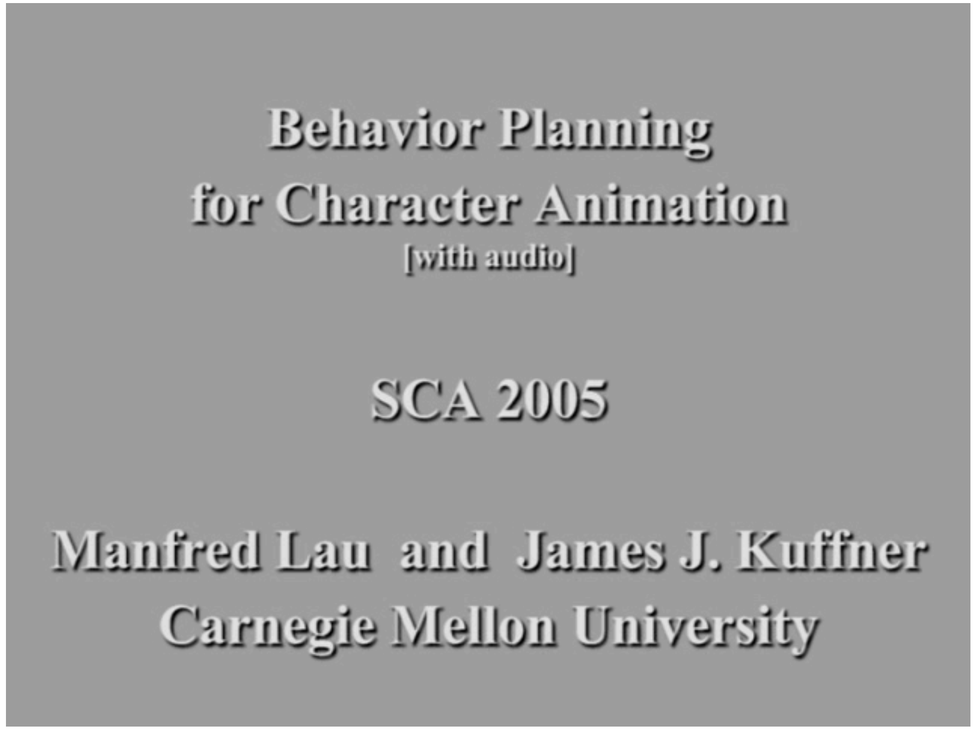




Ejemplo 2: Planificación de movimientos

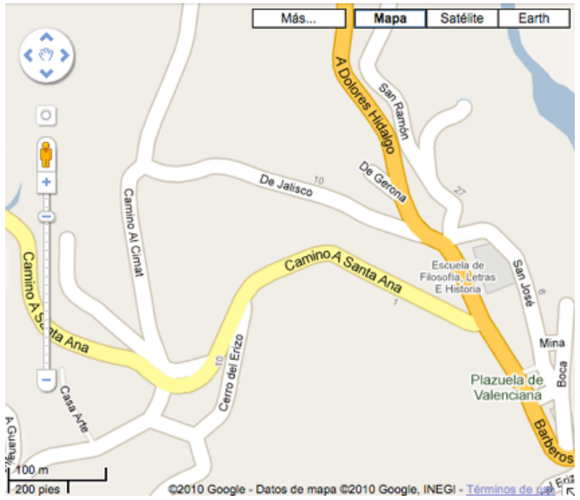
Dada una colección de obstáculos geométricos, encontrar una conexión más corta entre dos puntos, evitando colisiones con los obstáculos.

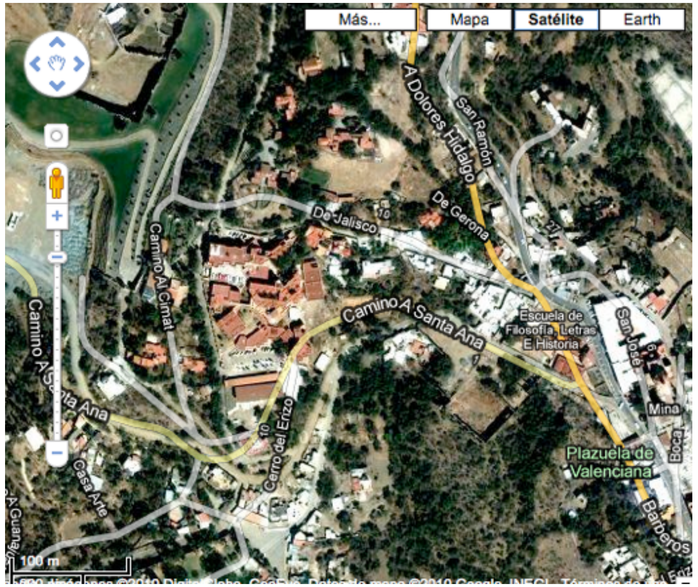




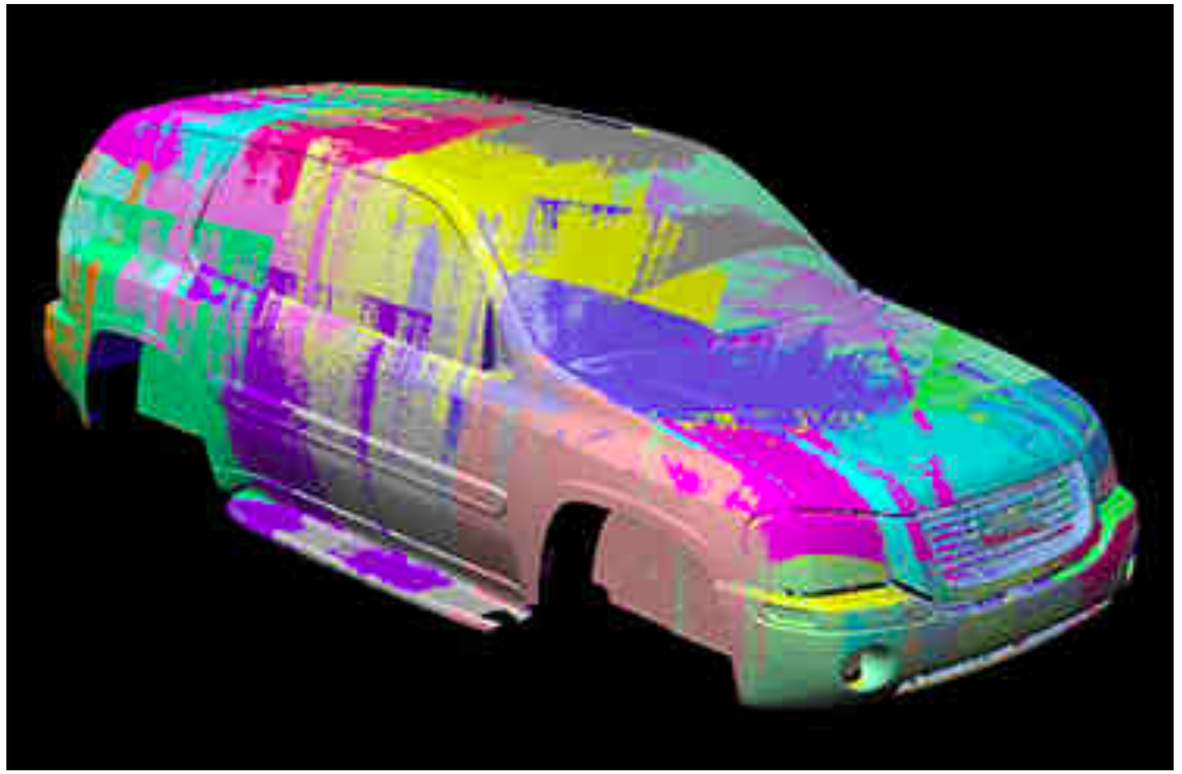
Ejemplo 3: Mapas sobrepuestos

Utilizado en sistemas de información geográfica - encontrar las correspondencias.





Ejemplo 3: Mapas sobrepuestos



Algunos de los temas que estudiaremos

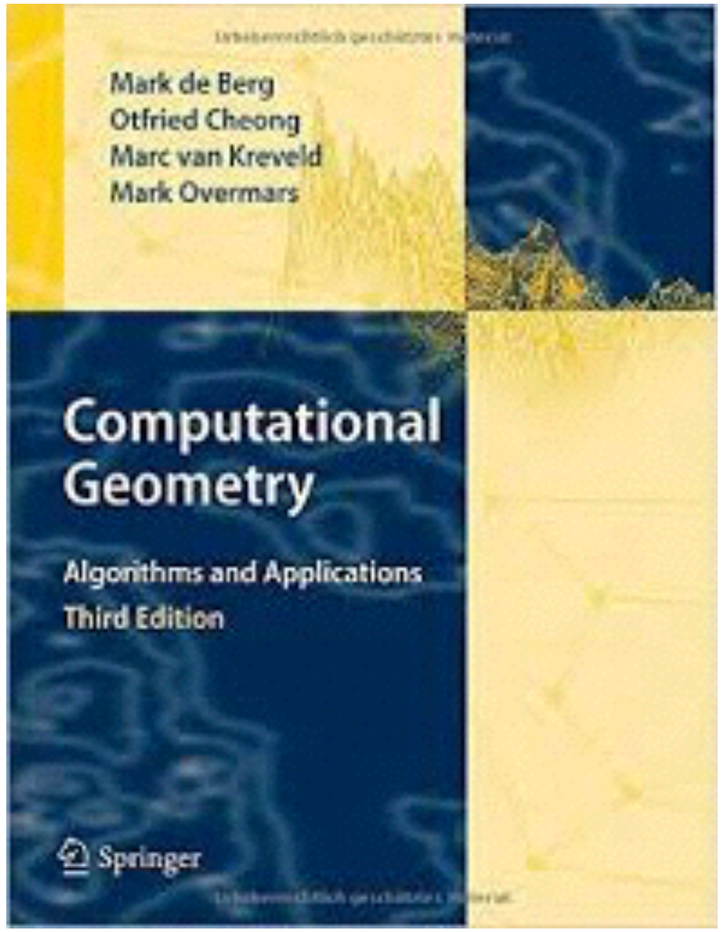
- Estructuras de datos básicas para la geometría computacional.
- Envolvente convexo en 2D y 3D.
- Intersección de segmentos de recta.
- Triangulación de polígonos.
- Problemas de búsqueda e intersección.
- Localización de puntos.
- Diagramas de Voronoi.
- Planificación de Movimientos.

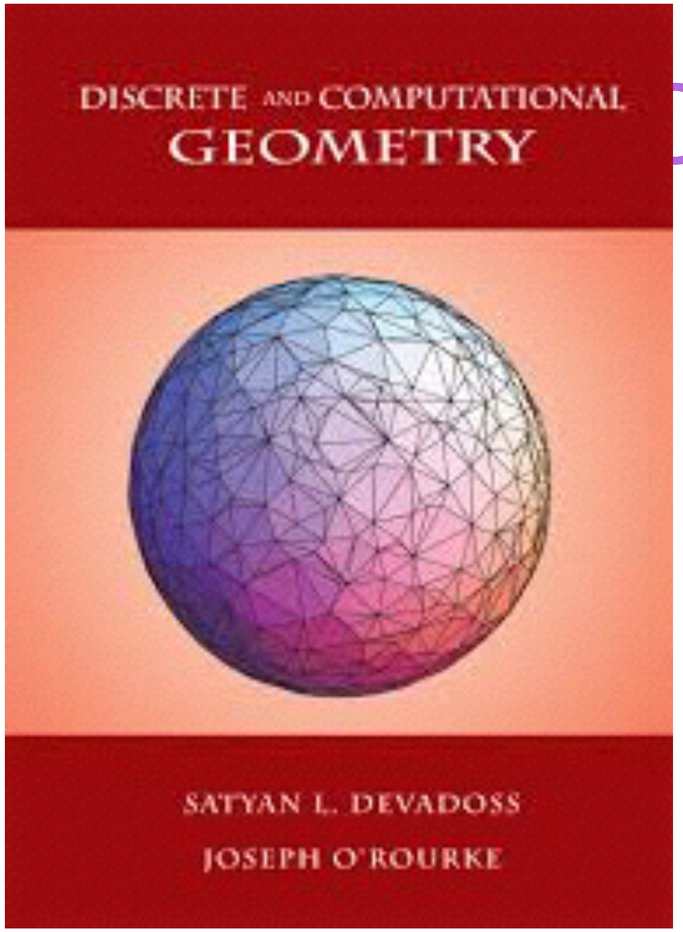
Forma de evaluación

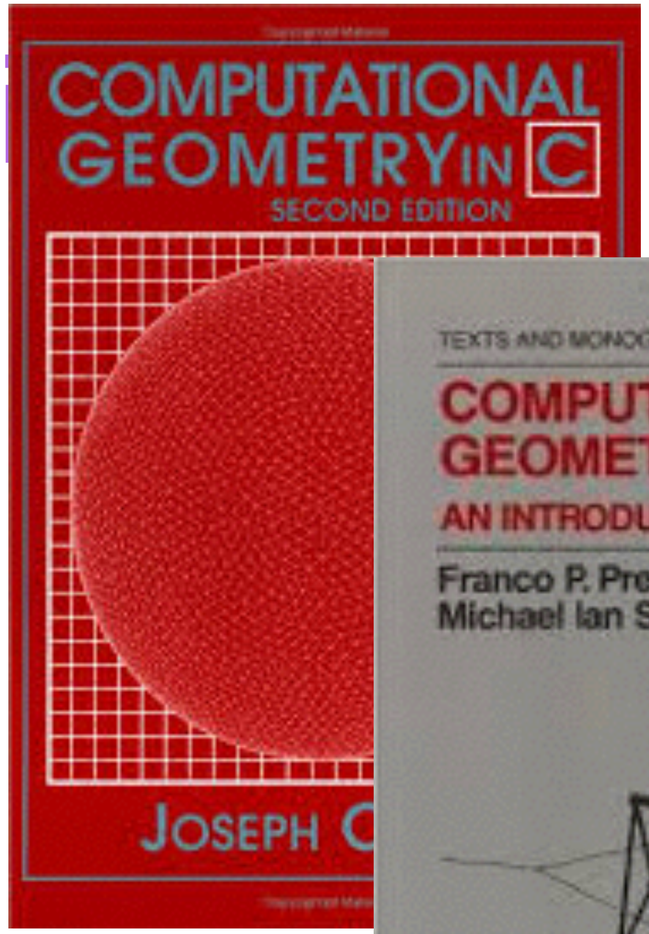
- Tareas - 40%
- Proyecto - 15% (entrega + exposición o video)
- Exámenes (3) - 15% cada uno.

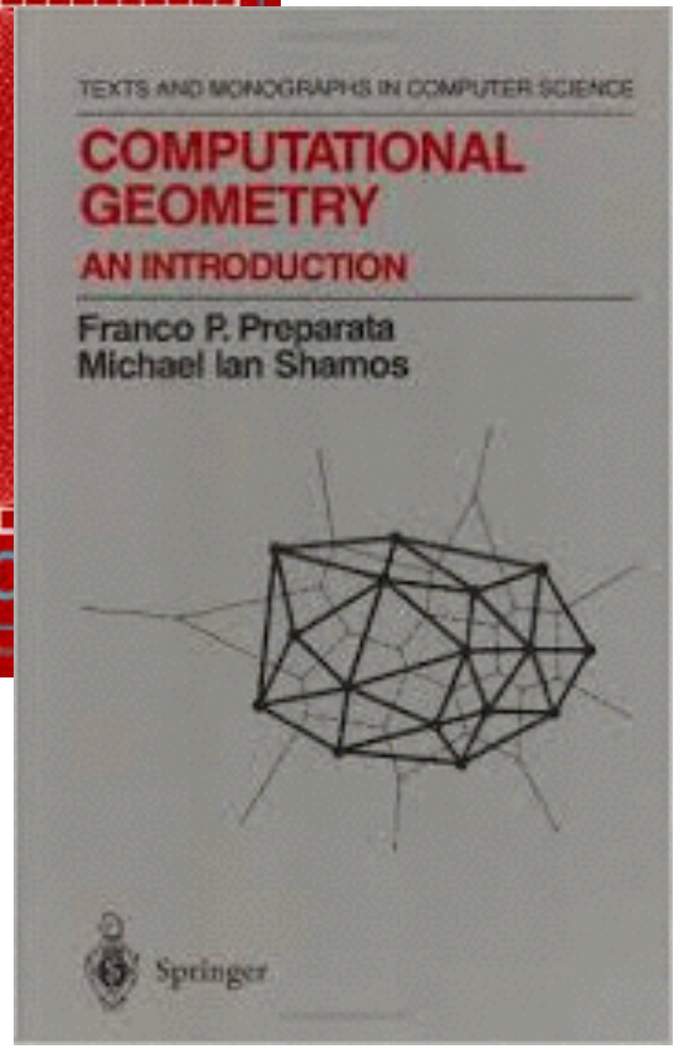
Forma de evaluación

- 3 tareas se pueden entregar hasta 2 días tarde.
- Cuidar las referencias o códigos no suyos (internet, libros, …)
- Librerías especializadas (CGAL)
- Intentaremos usar python y la interfaz ipython notebook o processing con python.









http://jeffe.cs.illinois.edu/compgeom/