

Nombre: _____

1	2	3	4	T

Modelos Estocásticos I

Primer Examen Parcial

Viernes 27/09/13, 3:30 p.m. – 6:30 p.m.

- Cierta especie de plantas produce un número N de semillas, donde N sigue una distribución de Poisson de parámetro λ . La probabilidad de que una semilla germine es $0 < p < 1$ y esto ocurre para cada semilla de manera independiente a lo que ocurre con el resto de las semillas, y también es independiente del número N de semillas.
 - Calcule la función generadora de probabilidad del número total de semillas S que germinan y halle la función de distribución asociada a esta variable. A partir de la función generadora de probabilidad, halle también su media y varianza.
 - Demuestre que el número de semillas que germinan S y el número de semillas que no germinan T son variables aleatorias independientes.
 - Suponga que $\lambda = 500$ y $p = 2/3$. De las semillas que germinan, $3/4$ produce plantas con flores rojas y el otro cuarto produce plantas con flores amarillas. ¿Qué distribución de probabilidad tiene el número de plantas con flores rojas?
- Un medidor de radioactividad puede detectar si hay o no radiación en el ambiente en periodos de 1 segundo. La probabilidad de que haya actividad de este tipo en el cuarto donde se encuentra el medidor en un segundo cualquiera es de 0.8, pero, por un defecto en el circuito, 40 % de las veces hay un error de transmisión y en lugar de registrar lo que haya ocurrido, el aparato registra con igual probabilidad que ha habido radioactividad o que no la ha habido. Cuando no hay error de transmisión el aparato registra correctamente el evento que ocurrió.
 - En un periodo de un segundo, ¿Cuál es la probabilidad de que el aparato registre que hubo radiación?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que registre el resultado correcto?
 - Si el aparato registra que hubo radiación, ¿cuál es la probabilidad de que realmente haya sido así?
- Sean X, Y v.a. con densidad conjunta

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x(x+y)}, & 0 \leq x < \infty, 0 \leq y < \infty \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- Halle la densidad condicional de Y dado que $X = x$.
- ¿Son independientes estas variables?
- Calcule $E[Y|X = x]$ y $E[Y|X]$.

4. (a) Explique cómo usaría el método de la transformada inversa para generar variables aleatorias con densidad $f(x) = 2(1 - x)$ para $0 \leq x \leq 1$.
- (b) Describa en detalle un algoritmo para simular valores de una variable aleatoria con la densidad del inciso anterior usando el método de rechazo.
- (c) ¿Qué criterio usaría para seleccionar uno de los dos métodos, si tuviera que generar una muestra realmente grande?